R para Ciência de Dados
Intervalos de Confiança e Teste de Hipóteses

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal da Bahia

Coordenação: Profa Carolina & Prof Gilberto

Preparando o ambiente

Durante o curso

- Usaremos nas aulas: posit.cloud.
- Recomendamos instalar e usar `R` com versão pelo menos `4.1`: cran.r-project.org.
- usaremos o *framework* `tidyverse`:
    - Instalação: `install.packages("tidyverse")`

Na sua casa

- **IDE** recomendadas: *RStudio* e *VSCode*.
    - Caso você queira usar o *VSCode*, instale a extensão da linguagem `R`: `REditorSupport`.
- Outras linguagens interessantes: `python` e `julia`.
    - `python`: linguagem interpretada de próposito geral, contemporânea do `R`, simples e fácil de aprender.
    - `julia`: linguagem interpretada para análise de dados, lançada em 2012, promete simplicidade e velocidade.

Revisão

Revisão de Estatística Descritiva no R
Gráficos e Tabelas

Alguns conceitos básicos

- **População**: todos os elementos ou indivíduos alvo do estudo.
- **Amostra**: parte da população.
- **Parâmetro:** característica numérica da população. Usamos letras gregas para denotar parâmetros populacionais.
- **Estatística:** função ou *cálculo* da amostra
- **Estimativa:** característica numérica da amostra, obtida da estatística computada na amostra. Em geral, usamos uma estimativa para estimar o parâmetro populacional.
- **Variável:** *característica mensurável comum a todos os elementos da população.*

Exemplo

- **População**: todos os eleitores nas eleições gerais de 2023.
- **Amostra**: 3.500 pessoas abordadas pelo `datafolha`.
- **Variável:** candidato a presidente de cada pessoa.
- **Parâmetro:** porcentagem de pessoas que escolhem Lula como presidente entre todos os eleitores.
- **Estatística:** porcentagem de pessoas que escolhem o lula
- **Estimativa:** porcentagem de pessoas que escolhem Lula como presidente entre todos os eleitores da amostra de 3.500 pessoas entrevistas pelo datafolha.

Revisão de Classificação de variáveis

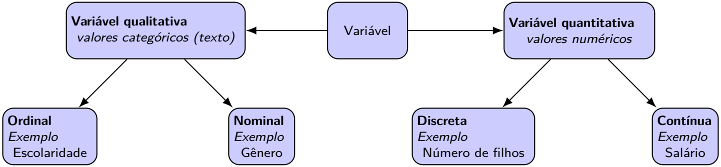


Figura 1: Classificação de variáveis.

Revisão de tabela de distribuição de frequências
Variável quantitativa discreta

A primeira coisa que fazemos é contar!

X	frequência	frequência relativa	porcentagem
B_1	n_1	f_1	$100 \cdot f_1\%$
B_2	n_2	f_2	$100 \cdot f_2\%$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
B_k	n_k	f_k	$100 \cdot f_k\%$
Total	n	1	100%

Em que n é o tamanho da amostra.

Revisão de tabela de distribuição de frequências
Variável quantitativa discreta

```r
dados_iris <- read_xlsx("dados/brutos/iris.xlsx")
dados_iris <- clean_names(dados_iris)

tab <- tabyl(dados_iris, especies) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename(
    "Espécies" = especies,
    "Frequência" = n,
    "Porcentagem" = percent
  )
tab
```

```
#     Espécies Frequência Porcentagem
#       setosa         50      33.33%
#   versicolor         50      33.33%
#    virginica         50      33.33%
#        Total        150     100.00%
```

Revisão de tabela de distribuição de frequências
Variável quantitativa contínua

Para variáveis quantitativas discretas com muitos valores distintos, e para variáveis quantitativas contínuas.

X	frequência	frequência relativa	porcentagem
$[l_0, l_1)$	n_1	f_1	$100 \cdot f_1\%$
$[l_1, l_2)$	n_2	f_2	$100 \cdot f_2\%$
$[l_2, l_3)$	n_3	f_3	$100 \cdot f_3\%$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$[l_{k-1}, l_k]$	n_k	f_k	$100 \cdot f_k\%$
Total	n	1	100%

Em que n é o tamanho da amostra.

Revisão de tabela de distribuição de frequências
Variável quantitativa contínua

```r
dados_iris <- read_xlsx("dados/brutos/iris.xlsx")
dados_iris <- clean_names(dados_iris)

k <- floor(1 + log2(nrow(dados_iris)))
dados_iris <- dados_iris |>
  mutate(comprimento_sepala_int = cut(
    comprimento_sepala,
    breaks = k,
    include.lowest = TRUE,
    right = FALSE
  ))

tab <- tabyl(dados_iris, comprimento_sepala_int) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename(
    "Comprimento de Sépala" = comprimento_sepala_int,
    "Frequência" = n,
    "Porcentagem" = percent
  )
tab
```

```
#   Comprimento de Sépala Frequência Porcentagem
#             [4.3,4.75)         11       7.33%
#             [4.75,5.2)         30      20.00%
#             [5.2,5.65)         24      16.00%
#             [5.65,6.1)         24      16.00%
#             [6.1,6.55)         31      20.67%
#               [6.55,7)         17      11.33%
#               [7,7.45)          7       4.67%
#             [7.45,7.9]          6       4.00%
#                  Total        150     100.00%
```

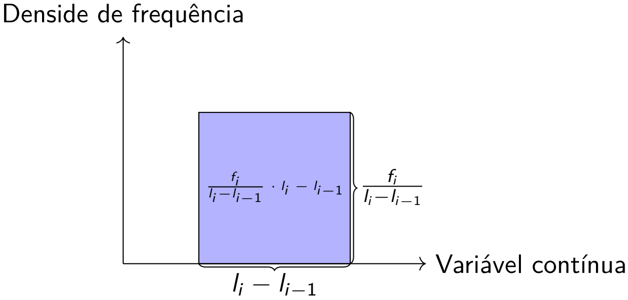
Revisão de histograma

Para variávieis quantitativas contínuas, geralmente não construímos gráficos de barras, e sim uma figura geométrica chamada de *histograma*.

- O histograma é um gráfico de barras contíguas em que a área de cada barra é igual à frequência relativa.
- Cada faixa de valor $[l_{i-1}, l_i), i = 1, \ldots, n$, será representada por um barra com área $f_i, i = 1, \ldots, n$.
- Como cada barra terá área igual a f_i e base $l_i - l_{i-1}$, e a altura de cada barra será $\frac{f_i}{l_i - l_{i-1}}$.
- $\frac{f_i}{l_i - l_{i-1}}$ é denominada de densidade de frequência.
- Podemos usar os seguintes parâmetros (**obrigatório o uso de apenas um deles**):
  - `bins`: número de intervalos no histograma (usando, por exemplo, a regra de Sturges)
  - `binwidth`: tamanho (ou largura) dos intervalos
  - `breaks`: os limites de cada intervalo

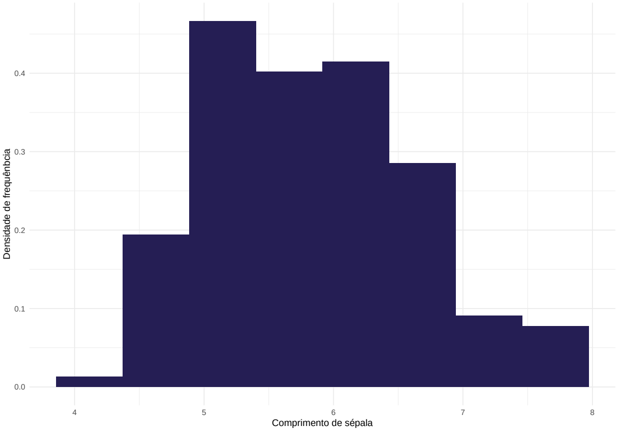
Revisão de Histograma

Figura 2: Representação de uma única barra de um histograma.



Revisão de Histograma

```r
dados_iris <- read_xlsx("dados/brutos/iris.xlsx")
dados_iris <- clean_names(dados_iris)

ggplot(dados_iris) +
  geom_histogram(
    aes(comprimento_sepala, after_stat(density)),
    bins = k,
    fill = "#251e54"
  ) +
  labs(
    x = "Comprimento de sépala",
    y = "Densidade de frequênbcia"
  ) +
  theme_minimal()
```


Densidade de frequênbcia
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
4
5
6
7
8
Comprimento de sépala

Medidas de resumo

```
tab <- group_by(dados_iris, especies) |>
  summarise(
    media = mean(comprimento_sepala),
    dp = sd(comprimento_sepala),
    cv = dp / media,
    q1 = quantile(comprimento_sepala, probs = 1 / 4),
    q2 = quantile(comprimento_sepala, probs = 2 / 4),
    q3 = quantile(comprimento_sepala, probs = 3 / 4)
  )
tab
```

```
#  # A tibble: 3 x 7
#    especies   media    dp     cv    q1    q2    q3
#    <chr>      <dbl> <dbl>  <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
#  1 setosa      5.01 0.352 0.0704  4.8    5     5.2
#  2 versicolor  5.94 0.516 0.0870  5.6    5.9   6.3
#  3 virginica   6.59 0.636 0.0965  6.22   6.5   6.9
```

Inferência estatística

O que faremos nesse curso?

- **Estimação pontual:** Aproximar um parâmetro.
  Exemplo: Estimar o teor alcóolico de uma bebida.
- **Intervalo de confiança:** Encontrar uma estimativa intervalar para um parâmetro.
  Exemplo: Encontrar números a e b tal que o teor alcóolico verdadeiro está entre a e b com uma probabilidade estabelecida pelo pesquisador.
- **Teste de hipóteses:** Decidir entre duas hipóteses H_0 e H_1 : negação de H_0.
  Exemplo: Decidir entre duas hipóteses:

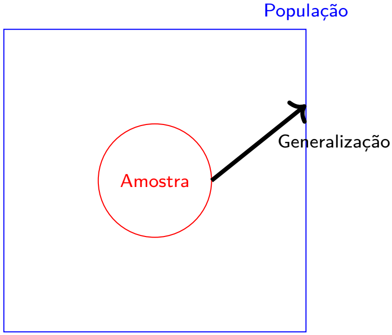
$$H_0 : \text{A nota média em matemática no ENEM 2021 é maior que 600,}$$
$$H_1 : \text{A nota média em matemática no ENEM 2021 é menor ou igual 600.}$$

Em todos estes casos, precisamos usar probabilidade.

Por que precisamos de probabilidade

- Queremos fazer afirmações válidas para toda população.
- *inferência estatística*: generalização da **amostra** para toda **população** precisa de probabilidade.

Figura 3: Ilustração da estatística inferencial.



Probabilidade

Probabilidade

Fenômeno Aleatório

Procedimento ou evento cujo resultado não é possível antecipar de forma determinística. Por exemplo:

- Teremos uma guerra total na Venezuela envolvendo o Brasil, Colômbia e Estados Unidos da América?
- Qual será o resultado do lançamento de um dado “justo”?

Notação e nomes

- **Espaço amostral:** O conjunto de todos os resultados de um fenômeno aleatório.
  Notação: Ω
- **Evento:** Subconjunto de um espaço amostral.
  Notação: $A, B, C, \cdots$.
- **Ponto amostral:** Um resulto possível de um fenómeno aleatório.
  Notação: ω.
- **Probabilidade:** A plausibilidade de um ponto amostral ω de A ser o resultado do fenômenos aleatório.
  Notação: $P(A)$.
- **Variável aleatória:** Função com domínio em um espaço amostra e contra-domínio no conjunto dos números reais $X : \Omega \to \mathbb{R}$.

Classificação de variáveis aleatórias

- Dizemos que X é uma variável aleatória discreta, se os valores possíveis desta variável são números inteiros, geralmente resultado de contagem;
- Dizemos que X é uma variável aleatória contínua, se os valores possíveis desta variável pode ser qualquer número (incluindo aqueles por parte decimal);
- O conjunto dos valores possíveis de X representamos por χ.

Variável aleatória discreta

Função de probabilidade (FP):

$$f(x) = P(X = x)$$

Interpretação: $f(x)$ pode ser interpretada como a frequência relativa em toda população de x.

Para amostra

X	frequência relativa
x_1	f_1
x_2	f_2
x_3	f_3
$\vdots$	$\vdots$
x_k	f_k

Para população

X	função de probabilidade
x_1	$f(x_1)$
x_2	$f(x_2)$
x_3	$f(x_3)$
$\vdots$	$\vdots$
x_k	$f(x_k)$

Medidas de resumo para variável aleatória discreta

Para amostra

X uma variável quantitativa discreta

- **Média:**
  $\bar{X} = x_1 \cdot f_1 + \cdots + x_k \cdot f_k$
- **Variância:**
  $Var(X) = (x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + \cdots + (x_k - \bar{x})^2 \cdot f_k$
- **Desvio padrão:**
  $dp(X) = \sqrt{Var(X)}$
- **Mediana:**
  Md tal que:
  - $f_1 + \cdots + f_{Md} \geq 0,5$
  - $f_{Md} + \cdots + f_k \leq 0,5$

Para população

X para uma variável aleatória discreta

- **Média:**
  $\mu = x_1 \cdot f(x_1) + \cdots + x_k \cdot f(x_k)$
- **Variância:**
  $\sigma^2 = (x_1 - \mu)^2 \cdot f(x_1) + \cdots + (x_k - \mu)^2 \cdot f(x_k)$
- **Desvio padrão:**
  $\sigma = \sqrt{Var(X)}$
- **Mediana:**
  Md tal que:
  - $f(x_1) + \cdots + f(Md) \geq 0,5$
  - $f(Md) + \cdots + f(x_k) \leq 0,5$

Distribuição Bernoulli

Distribuição Bernoulli

Cada elemento da população pode ter **sucesso** ou **fracasso**.

Sucesso: caso de interesse ou mais importante.

Sucesso
Munícipio tem secretaria cultura
Pessoa infectada
Pessoa alta
Bahia ganha o jogo

Fracasso
Munícipio **não** tem secretaria cultura
Pessoa sadia
Pessoa baixa
Bahia **não** ganhou jogo

Precisamos descobrir a proporção (ou porcentagem) de Sucesso.

Notação: p é a prporção (ou porcentagem) de Sucesso.

Parâmetros da distribuição Bernoulli

Usamos letras gregas para representar parâmetros:

- **Média populacional:** μ
- **Variância populacional:** σ^2
- **Desvio padrão populacional:** σ

Distribuição Bernoulli

- Média (populacional): $\mu = p$
- Variância (populacional): $\sigma^2 = p \cdot (1 - p)$
- Desvio padrão (populacional): $\sigma = \sqrt{p \cdot (1 - p)}$

Estimação pontual Disribuição Bernoulli

1. Definimos o sucesso.
2. Encontramos a estimativa de p.

Variável aleatória: transmissão (do conjunto de dados `mtcarros.xlsx`).

- 0: Carro com transmissão automática
- 1: Carro com transmissão manual (**Sucesso**)

```r
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")

tab <- dados_mtcarros |>
  summarise(prop_sucesso = mean(transmissao))
tab
```

```
#  # A tibble: 1 x 1
#    prop_sucesso
#           <dbl>
#  1        0.406
```

Variável aleatória: Cidade realizou Conferência Municipal de Cultura? (coluna `Mcul14` em `munic_amostra.xlsx`).

- **Sucesso:** Sim (realizou a Conferência Municipal de Cultura).
- **Fracasso:** Não (**não** realizou a Conferência Municipal de Cultura).

Vamos criar uma nova coluna com `1` e `0`.

```r
munic_cultura <- read_xlsx("dados/brutos/munic_amostra.xlsx")
munic_cultura <- munic_cultura |>
  mutate(in_mcul14 = Mcul14 == "Sim")
tab <- munic_cultura |>
  summarise(prop_mcul14 = mean(in_mcul14))
tab
```

```
#  # A tibble: 1 x 1
#    prop_mcul14
#          <dbl>
#  1       0.152
```

Exercício
Distribuição Bernoulli

Responda as seguintes perguntas:

- Qual a proporção de cidades que executaram a LAB (`Mcul42` de `munic_amostra`)?
- Qual a proporção de treineiros no ENEM na edição 2023 (`in_treineiro`)? (Cada pessoa tem sua cidade).
- Qual a proporção de candidatas/os **sem acesso** à internet entre as/os candidatos no ENEM na edição de 2023 (`q025`)? (Cada pessoa tem sua cidade).
- Qual a proporção de candidatas/os que escolheram fazer a prova de inglês no ENEM na edição de 2023 (`tp_lingua`)? (Cada pessoa tem sua cidade).

Distribuição Binomial

Distribuição Binomial

- Temos n casos
- Cada caso pode ser **sucesso** ou **fracasso**

Parâmetros:

- Proporção de sucesso: p
- Número de casos: n
- Média: $\mu = n \cdot p$
- Variância: $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p)$
- Desvio padrão: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$

Precisamos estimar p.

Geralmente conhecemos previamente n.

Soma de *Bernoulli* produz *Binomial*.

Variável aleatória: Número de semente germinado (coluna `germinado` de `estudos_sementes.xlsx`).

```
sementes <- read_xlsx("dados/brutos/estudo_sementes.xlsx")
tab <- sementes |>
  summarise(prop = sum(germinado) / sum(numero_sementes_plantadas))
tab
```

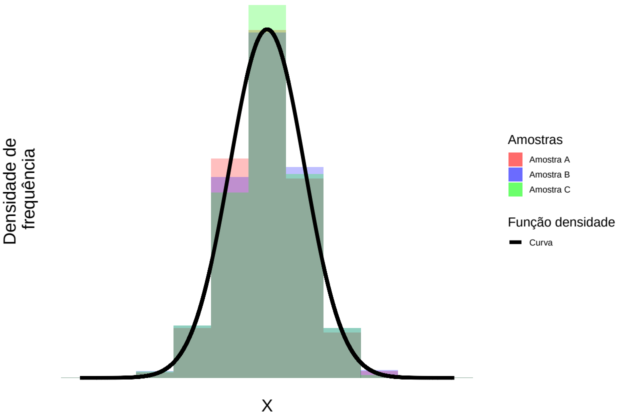
```
#  # A tibble: 1 x 1
#     prop
#    <dbl>
#  1 0.700
```

Exercício
Distribuição Binomial

Qual a proporção de email com alguma tipo de resposta em 50 campanhas de *mailing* (conjunto de dados `campanha_mailng.xlsx`)?

Motivação

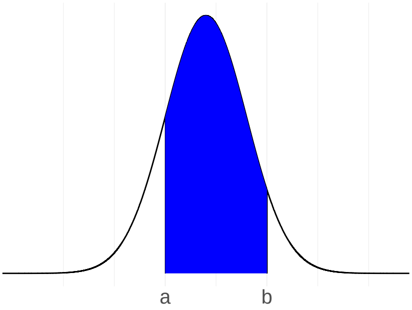
- Para cada amostra, temos um histograma;
- Queremos encontrar uma curva que aproxima bem todos os histogramas possíveis;



Chamamos a curva preta de função densidade.

Propriedades de variável aleatória contínua

- Proporção de elementos da população com variável aleatória X entrea a e b: $P(a < X < b)$.
- $P(a < X < b)$: área sob a curva (região azul).



Distribuição normal

Distribuição normal

Quando usar?

- Valores da variável aleatória concentrados em torno da média;
- Valores da variável aleatória afastados da média são pouco prováveis;
- Função densidade de probabilidad em curva em formato de sino;
- Simetria em torno da média.

Checamos isso com histograma.

Parâmetros

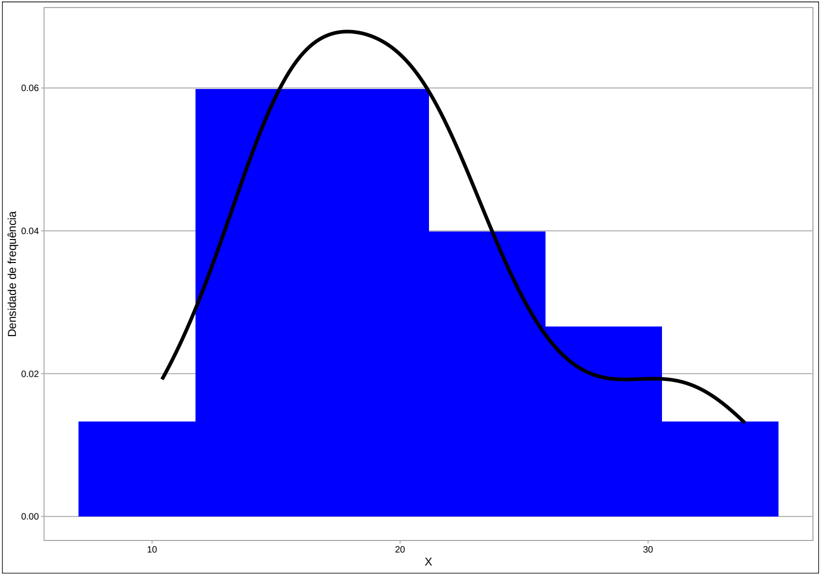
- Média: μ
- Variância: σ^2
- Desvio padrão: σ

Exemplos de aplicação Distribuição normal

- Altura:
  - As médias no Brasil tem em média 170cm
  - Algumas pessoas são menores que 170cm
  - Algumas pessoas são maiores que 170cm
  - poucas ficam muito longe de 170cm
- Uso de caixa eletrônico:
  - Em média, as pessoas demoram 2 minutos no caixa eletrônico
  - Algumas pessoas são mais lentas
  - Algumas pessoas são mais rápidas
  - poucas pessoas ficam longe de 2 minutos

Variável aleatória: milhas por galão (`milhas_por_galao` em `mtcarros.xlsx`).

```
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
k <- ceiling(1 + log2(nrow(dados_mtcarros)))

ggplot(dados_mtcarros, aes(x = milhas_por_galao,
                           y = after_stat(density))) +
  geom_histogram(bins = k, fill = "blue") +
  geom_density(color = "black", linewidth = 1.5) +
  labs(x = "X", y = "Densidade de frequência") +
  theme_calc()
```



Densidade de frequência
0.06
0.04
0.02
0.00
10
20
30
X

Estimativa pontual
Distribuição Normal

```
tab <- dados_mtcarros |>
  summarise(media = mean(milhas_por_galao),
            dp = sd(milhas_por_galao))
tab
```

```
#  # A tibble: 1 x 2
#    media    dp
#    <dbl> <dbl>
#  1  20.1  6.03
```

Exercício
Distribuição normal

- Cheque se as seguintes variáveis aleatórias têm distribuição normal:
  - `nu_nota_mt` do conjunto de dados do ENEM/2023 (cada pessoa tem o seu conjunto de dados);
  - `nu_nota_lc` do conjunto de dados do ENEM/2023 (cada pessoa tem o seu conjunto de dados);
  - `nu_nota_ch` do conjunto de dados do ENEM/2023 (cada pessoa tem o seu conjunto de dados);
  - `nu_nota_cn` do conjunto de dados do ENEM/2023 (cada pessoa tem o seu conjunto de dados).
- Para cada uma das variáveis acima, calcule a média e o desvio padrão.

Intervalo de Confiança
uma população

Intervalo de Confiança

Objetivo: Para parâmetro μ (σ e p), encontrar L e U tal que $L < \mu < U$ com alguma probabilidade associada γ.

Chamamos γ de **coeficiente de confiança**.

Vamos usar o pacote `statBasics`.

Interpretação
Intervalo de Confiança

O parâmetro μ (σ e p) pode ou não pode estar entre L e U do intervalo de confiança com coeficiente de confiança γ.

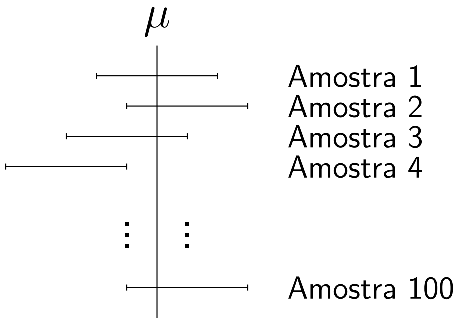
```
dados_estudos <- read_xlsx("dados/brutos/motivacao_intervalo_confianca.xlsx", sheet = 1)
dados_pop <- read_xlsx("dados/brutos/motivacao_intervalo_confianca.xlsx", sheet = 2)
media_pop <- mean(dados_pop$variavel)

tab <- dados_estudos  |>
  group_by(estudo) |>
  summarise(lower_ci = ci_1pop_norm(variavel)$lower_ci,
            upper_ci = ci_1pop_norm(variavel)$upper_ci,
            media_pop = media_pop)
tab
```

```
# # A tibble: 6 x 4
#   estudo   lower_ci upper_ci media_pop
#   <chr>       <dbl>    <dbl>     <dbl>
# 1 amostra1     5.40     6.30      6.37
# 2 amostra2     4.53     6.17      6.37
# 3 amostra3     5.76     6.19      6.37
# 4 amostra4     5.74     8.29      6.37
# 5 amostra5     5.63     7.99      6.37
# 6 amostra6     4.12     8.70      6.37
```

Interpretação
Intervalo de Confiança

γ% das amostras vão gerar intervalos de confiança que contém o parâmetro.

Figura 4: Interpretação de intervalo de confiança.



Geralmente γ é 99%, 95% ou 90%.

Intervalo de Confiança
Distribuição Bernoulli

Primeira forma: Vetor de `1` e `0`.

- **Variável aleatória:** Carro tem transmissão manual? (variável `transmissao` de `mtcarros.csv`).
- **Sucesso:** 1 (transmissão manual)
- **Fracasso:** 0 (transmissão automática)

```
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
ic_transmissao <- ci_1pop_bern(dados_mtcarros$transmissao)
ic_transmissao
```

```
#  # A tibble: 1 x 3
#    lower_ci upper_ci conf_level
#       <dbl>    <dbl>      <dbl>
#  1    0.233    0.579       0.95
```

A prorporção de carros com transmissão manual está entre 0,233 e 0,5795 com coeficiente de confiança 95%.

Intervalo de confiança
Distribuição Bernoulli

Segunda forma: Número de tentativas e número de sucessos.

- **Variável aleatória:** Carro tem transmissão manual? (variável `transmissao` de `mtcarros.csv`).
- **Sucesso:** 1 (transmissão manual)
- **Fracasso:** 0 (transmissão automática)

```r
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
n_tentativas <- nrow(dados_mtcarros)
n_sucessos <- sum(dados_mtcarros$transmissao)
ic_transmissao <- ci_1pop_bern(n_sucessos, n_tentativas,
                               conf_level = 0.99)
ic_transmissao
```

```
#  # A tibble: 1 x 3
#    lower_ci upper_ci conf_level
#       <dbl>    <dbl>      <dbl>
#  1    0.179    0.634       0.99
```

A proporção de carros com transmissão automática está entre 0,1786 e 0,6339 com coeficiente de confiança 99%.

Intervalo de Confiança
Distribuição Bernoulli

Pesquisa de Intenção de voto: Eleição 2023.

- **Número de entrevistados:** 8308
- **Número de eleitores de Lula:** 4403
- **Coeficiente de Confiança:** 99%

```
eleicao_lula_22 <- ci_1pop_bern(4403, 8308, conf_level = 0.99)
eleicao_lula_22
```

```
#  # A tibble: 1 x 3
#    lower_ci upper_ci conf_level
#       <dbl>    <dbl>      <dbl>
#  1    0.516    0.544       0.99
```

Lula teria uma proporção entre 0,5158 e 0,5441 de votos com coeficiente de 99%.

Exercício
Intervalo de Confiança
Distribuição Bernoulli

Construa os seguintes intervalos de confiança:

- Proporção de candidatas/os que escolheram fazer a prova de espanhol no ENEM/2023 (`tp_lingua`) com coeficiente de confinça 99%;
- Proporção de candidatas/os que **não** tem acesso a internet em casa no ENEM/2023 (`q025`) com coeficiente de confinça 95%;
- Proporção de treneiras/os no ENEM/2023 (`in_treneiro`) com coeficiente de confinça 92,5%;
- Proporção de cidades que executaram a LAB (`Mcul42` em `munic_amostra`) com coeficiente de confiança 97,5%;
- Proporção de cidades que realizaram Conferência Municipais de Cultura (`Mcul14` em `munic_amostra`) com coeficiente de confiança 90%.

Intervalo de Confiança
Distribuição Binomial

- **Variável aleatória:** Número de semente germinado (coluna `germinado` de `estudos_sementes.xlsx`);
- **Coeficiente de confiança:** 92,5%.

```
sementes <- read_xlsx("dados/brutos/estudo_sementes.xlsx")
n_tentativas <- sum(sementes$numero_sementes_plantadas)
n_sucessos <- sum(sementes$germinado)
ic_germinado <- ci_1pop_bern(n_sucessos, n_tentativas, 0.925)
ic_germinado
```

```
#  # A tibble: 1 x 3
#    lower_ci upper_ci conf_level
#       <dbl>    <dbl>      <dbl>
#  1    0.690    0.710      0.925
```

A proporção de sementes geminadas está entre 0,6895 e 0,7099 com coeficiente de confiança 92,5%.

Exercício
Intervalo de Confiança
Distribuição Binomial

Construa um intervalo de confiança para a proporção de resposta positiva em 50 campanhas de *mailing* com coeficiente de confiança 94% (conjunto de dados `campanha_mailng.xlsx`).

Intervalo de Confiança para média

- Variável aleatória tem distribuição normal;
- Intervalo de confiança para média.

Função `ci_1pop_norm` do pacote `statBasics`.

Exemplo
Intervalo de Confiança para média

- **Variável aleatória:** milhas por galão (`milhas_por_galao` em `mtcarros.csv`).
- **Coeficiente de confiança:** 99%.

```
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
ic <- ci_1pop_norm(dados_mtcarros$milhas_por_galao,
                   conf_level = 0.99)
ic
```

```
#  # A tibble: 1 x 3
#    lower_ci upper_ci conf_level
#       <dbl>    <dbl>      <dbl>
#  1     17.2     23.0       0.99
```

Os carros fazem, em média, entre 17,17 e 23,01 milhas por galão com coeficiente de confiança 99%.

Exercício
Intervalo de Confiança para média

Nos exercícios abaixo, cada pessoa tem sua própria cidade.

- Encontre o Intervalo de Confiança para a média de matemática (`nu_nota_mt`) na edição ENEM/2023 com coeficiente de confiança 99% e escreva a frase com o resultado.
- Encontre o Intervalo de Confiança para a média de linguagens e código (`nu_nota_lc`) na edição ENEM/2023 com coeficiente de confiança 95% e escreva a frase com o resultado.
- Encontre o Intervalo de Confiança para a média de ciências humanas (`nu_nota_ch`) na edição ENEM/2023 com coeficiente de confiança 90% e escreva a frase com o resultado.
- Encontre o Intervalo de Confiança para a média de ciências naturais (`nu_nota_cn`) na edição ENEM/2023 com coeficiente de confiança 97,5% e escreva a frase com o resultado.

Intervalo de Confiança para variância

- Variável aleatória tem distribuição normal;
- Intervalo de confiança para a variância.

Função `ci_1pop_norm` do pacote `statBasics`, com parâmetro `parameter='variance'`.

Exemplo
Intervalo de Confiança para variância

- **Variável aleatória:** milhas por galão (`milhas_por_galao` em `mtcarros.csv`).
- **Coeficiente de confiança:** 99%.

```
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
ic <- ci_1pop_norm(dados_mtcarros$milhas_por_galao,
                   conf_level = 0.99, parameter = "variance")
ic
```

```
#  # A tibble: 1 x 3
#    lower_ci upper_ci conf_level
#       <dbl>    <dbl>      <dbl>
#  1     20.5     77.9       0.99
```

Os carros fazem, em média, entre 20,47 e 77,89 milhas por galão com coeficiente de confiança 99%.

Exercício
Intervalo de Confiança para variância

Nos exercícios abaixo, cada pessoa tem sua própria cidade.

- Encontre o Intervalo de Confiança para o desvio padrão de matemática (`nu_nota_mt`) na edição ENEM/2023 com coeficiente de confiança 99% e escreva a frase com o resultado.
- Encontre o Intervalo de Confiança para o desvio padrão de linguagens e código (`nu_nota_lc`) na edição ENEM/2023 com coeficiente de confiança 95% e escreva a frase com o resultado.
- Encontre o Intervalo de Confiança para o desvio padrão de ciências humanas (`nu_nota_ch`) na edição ENEM/2023 com coeficiente de confiança 90% e escreva a frase com o resultado.
- Encontre o Intervalo de Confiança para o desvio padrão de ciências naturais (`nu_nota_cn`) na edição ENEM/2023 com coeficiente de confiança 97,5% e escreva a frase com o resultado.

Teste de Hipóteses
uma população

Teste de hipóteses

Objetivo:

Decidir entre H_0 (hipótese nula) e H_1 (hipótese alternativa) usando as *evidências* da amostra.

- H_0 é a negação de H_1
- H_1 é a negação de H_0
- H_1 é *aquilo que desejamos provar que é verdade*
  - H_1 é afirmação *extraordinária* que precisa de *evidências* para acreditarmos
- H_0 é o *padrão*, *valor padrão de mercado* ou *valor padrão do regulador (ex. ANVISA)*
  - H_0 é a afirmação *ordinária* que assumimos como *verdade* quando não temos *evidência* para acreditar em H_1

- Decisão através de *evidência* na amostra:
    - Decisão ***embasada*** com ***evidência*** $\Longrightarrow$ hipótese alternativa H_1
    - Decisão ***sem evidência*** ou ***na dúvida*** $\Longrightarrow$ hipótese nula H_0

Como temos uma **tendência de continuar em** H_0 na ausência de *evidências*,escrevemos:

- Decisão por H_0: **Não rejeitamos** H_0;
- Decisão por H_1: **Não rejeitamos** H_1.

Podemos cometer dois erros ao decidir:

- **Erro tipo I** ou **Falso positivo**: Decisão por H_1, mas H_0 é a verdade. Erro GRAVÍSSIMO!
- **Erro tipo II** ou **Falso negativo**: Decisão por H_0, mas H_1 é a verdade
- **Nível de significância**: $\alpha = P(\text{Falso positivo})$
- **Poder do teste**: $1 - \beta = P(\text{Verdadeiro positivo})$

Escândalo dos *falso positivo* na Colômbia.

		Situação na população	
		H_0	H_1 (Negação de H_0)
Decisão	H_0	Sem erro (verdadeiro negativo)	Falso negativo (Erro tipo II)
	H_1 (Negação de H_0)	Falso positivo (Erro tipo I)	Sem erro (Verdadeiro positivo)

Teste de hipóteses

Objetivo: Como H_1 (positivo) é a hipótese mais importante, então queremos decidir entre H_0 e H_1 garantindo que:

- o *nível de significância* seja pequeno (geralmente 5%)
- o *poder do teste* seja máximo possível

- Sem evidência, continuamos acredidanto em H_0.
- Com evidência, desistimos de H_0 e passamos a acreditar em H_1.

Neste contexto, usamos o verbo **rejeitar** em estatística:

- Sem evidência, **não rejeitamos** H_0.
- Com evidência, **rejeitamos** H_0.

Teste de hipóteses
Exemplo

Em um julgamento, temos as seguintes hipóteses:

- H_0: o réu é inocente
- H_1: o réu é culpado

Em um julgamento, o sistema de justiça pode cometer dois erros:

- **falso positivo:** uma pessoa inocente é condenada
- **falso negativo:** um pessoa culpada é inocentada

Em um julgamento, o sistema de justiça usa a seguinte regra de decisão:

- **réu é culpado:** apenas se tiver *evidências* fortes e concretas
- **réu é inocente:** na dúvida ou na ausência de *evidências*

Teste de Hipóteses
Como decidir?

Hipóteses nula e alternativa geralmente são *declarações matemáticas* envolvendo parâmetros.

Ideia: Calculamos uma distância entre a estimativa e o valor do parâmetro quando a hipótese nula é verdade.

- Se essa distância for pequena, decidimos por H_0
- Se essa distância for grande, decidimos por H_1

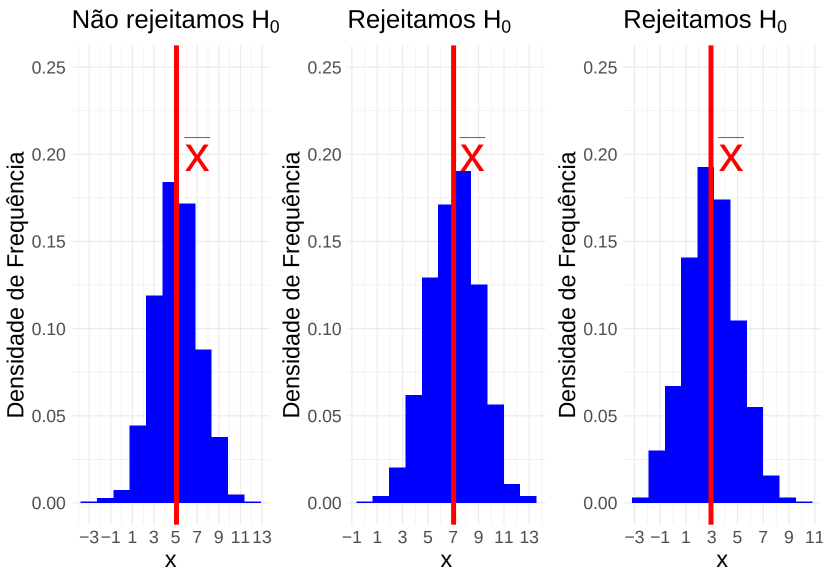
Chamamos esta distância de **estatística de teste**.

Existem duas formas de determinar o que é *pequeno* ou *grande* (**extrema**):

1. **Procedimento Geral de Testes de Hipóteses** ou **Procedimento de Neymann-Pearson**
2. **valor-p** (*p-value* em inglês)

População: $N(\mu, 4)$.

- Hipóteses: $H_0 : \mu = 5$ contra $H_1 : \mu \neq 5$.
- Regra de Decisão: *se* $\bar{x}$ *perto de* 5, *então não rejeitamos* H_0.



Não rejeitamos H_0
Rejeitamos H_0
Rejeitamos H_0
Densidade de Frequência
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
$\overline{X}$
−3 −1 1 3 5 7 9 11 13
−1 1 3 5 7 9 11 13
−3 −1 1 3 5 7 9 11
x

Erros decaem quando o tamanho amostral aumenta.

População: $N(\mu, 4)$.

- Hipóteses: $H_0 : \mu = 5$ contra $H_1 : \mu \neq 5$.
- Regra de Decisão: *se* $4,80 \leq \bar{x} \leq 5,20$*, então não rejeitamos* H_0.

Tabela 7: Porcentagens de falso positivo e falso negativo diminuem quando o tamanho da amostra aumenta.

Tamanho amostral	α	$\beta(\mu = 4,4)$	$\beta(\mu = 5,5)$
n = 25	0,6170751	0,1359051	0,1865682
n = 50	0,4795001	0,0763107	0,1377580
n = 75	0,3864762	0,0413663	0,0957471
n = 100	0,3173105	0,0227185	0,0665746
n = 250	0,1138463	0,0007827	0,0088530
n = 500	0,0253473	0,0000039	0,0003981
n = 750	0,0061699	0,0000000	0,0000200
n = 1000	0,0015654	0,0000000	0,0000011

Procedimento de Neymann-Pearson

Etapas:

1. Estabeleça H_0 e H_1
2. Esteleça o (máximo) nível de significância
3. Encontre a *região crítica* (conjunto onde a *estatística de teste* é grande)
4. Verifique se a *estatística de teste* está na *região crítica*

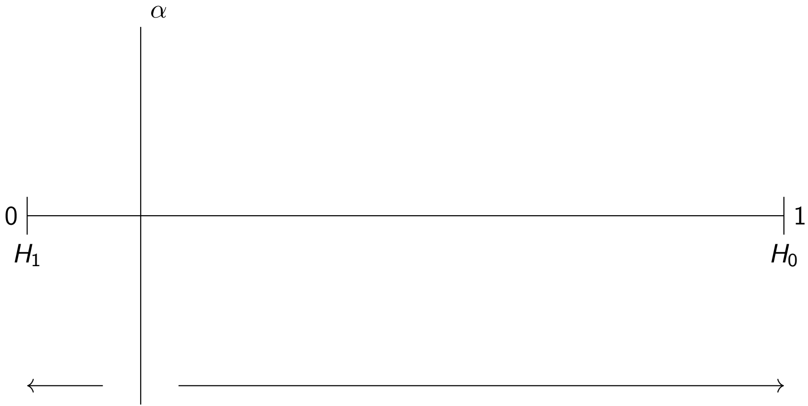
A região crítica é construída usando o nível de significância.

Para detalhes, consulte Montgomery & Runger. Applied statistics and probability for engineers.

valor-p ou nível crítico
p-value

- Valor-p é uma *medida de evidência* contra o hipótese nula.
- Valor-p **NÃO É A PROBABILIDADE DO FALSO POSITIVO.**
- Para cada amostra, temos um **valor-p diferente** .
- **Formalmente:** probabilidade de coletar uma outra amostra (de mesmo tamanho) com *estatística de teste* **mais extrema** do que a amostra que eu tenho se a hipótese nula é verdadeira.
- Rejeitamos H_0 se o valor-p for menor que o nível de significância.

Rejeitamos o valor-p menor que nível de significância: $p < \alpha$.



valor-p ou nível crítico
p-value

Para cada amostra, temos um valor-p diferente.

O valor-p (p) **pode ser pequeno** ou **pode ser grande**.

Suposições: Distribuição normal e $H_0 : \mu = 20$ é verdade. Vamos usar $\alpha = 5\%$.

```
dados <- read_xlsx("dados/brutos/motivacao_valor_p.xlsx")

tab <- group_by(dados, amostragem) |>
  summarise(valor_p = ht_1pop_mean(amostras, mu = 20)$p_value)
print(tab)
```

```
# # A tibble: 6 x 2
#   amostragem  valor_p
#   <chr>         <dbl>
# 1 amostra 1  0.0289
# 2 amostra 2  0.000306
# 3 amostra 3  0.0381
# 4 amostra 4  0.226
# 5 amostra 5  0.184
# 6 amostra 6  0.441
```

valor-p ou nível crítico
p-value

Se H_0 é verdade, aproximadamente $\alpha\%$ das amostras produzem o falso positivo quando usamos o valor-p.

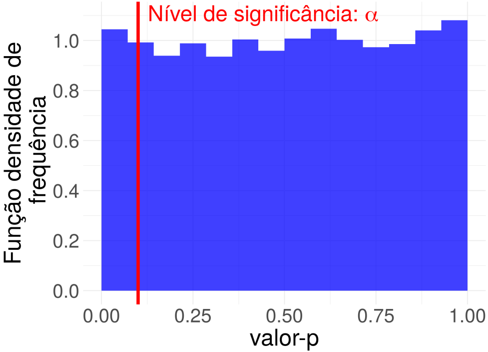


Figura 5: Histograma de valor-p de 1000 amostras quando H_0 é verdade.

valor-p ou nível crítico
p-value

Etapas:

1. Estabeleça H_0 e H_1
2. Esteleça o (máximo) nível de significância
3. Calcule o *valor-p*
4. Verifique se o *valor-p* é menor que *nível de significância*

Para detalhes, consulte Montgomery & Runger. Applied statistics and probability for engineers.

Teste `t` para média

- Hipóteses sobre a média da população (μ);
- Variável aleatória tem distribuição normal.

No pacote `statBasics`: `ht_1pop_mean`.

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste unilateral à esquerda: $H_1: \ \mu < \mu_0$
    - `alternative = 'less'`
- Teste unilateral à direita: $H_1: \ \mu > \mu_0$
    - `alternative = 'greater'`
- Teste bilateral: $H_1: \ \mu \neq \mu_0$
    - `alternative = 'two.sided'` - valor padrão

Especificamos μ_0 como parâmetro `mu`.

Teste t para média

Temos evidência para afirmar que os carros americanos conseguem fazer no máximo 15 milhas por galão, em média, ao nível de significância 1%?

- H_0 (negação de H_1): $\mu \geq 15$
- H_1 (o que queremos provar): $\mu < 15$

```
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
ht_milhas_galao <- ht_1pop_mean(
  dados_mtcarros$milhas_por_galao,
  mu = 15,
  alternative = "less",
  sig_level = 0.01
)
ht_milhas_galao
```

```
# # A tibble: 1 x 7
#   statistic p_value critical_value critical_region alternative    mu sig_level
#       <dbl>   <dbl>          <dbl> <chr>           <chr>       <dbl>     <dbl>
# 1      4.78    1.00          -2.45 (-Inf, -2)      less           15      0.01
```

Não tem evidência para afirmar que os carros americanos fazer no máximo 15 milhas por galão, em média, ao nível de significância 1%.

Exercício
Teste `t` para média

Responda estas perguntas ao nível de significância 1%:

- As/os candidatas/os do ENEM/2023 tiraram nota em matemática (`nu_nota_mt`) maior que 650, em média?
- As/os candidatas/os do ENEM/2023 tiraram nota em ciências naturais (`nu_nota_cn`) menor que 400, em média?
- As/os candidatas/os do ENEM/2023 tiraram nota em ciências humanas (`nu_nota_ch`) diferente de 500, em média?
- As/os candidatas/os do ENEM/2023 tiraram nota em liguagens e códigos (`nu_nota_lc`) maior que 900, em média?

Lembre que cada pessoa tem sua própria cidade.

Teste z para proporção

- Hipóteses sobre a proporção de sucessos (p);
- Variável aleatória tem distribuição Bernoulli ou distribuição binomial.

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste unilateral à esquerda: $H_1 : \; p < p_0$
  - `alternative = 'less'`
- Teste unilateral à direita: $H_1 : \; p > p_0$
  - `alternative = 'greater'`
- Teste bilateral: $H_1 : \; p \neq p_0$
  - `alternative = 'two.sided'` - valor padrão

Especificamos p_0 como parâmetro `proportion`.

Teste z para proporção
Distribuição Bernoulli

Temos evidência para afirmar que a proporção de carros americanos com transmissão manual é maior que 25% ao nível de significância 1%?

- H_0 (negação de H_1): $p \leq 0,25$
- H_1 (o que desejamos provar): $p > 0,25$

```
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
teste_transmissao <- ht_1pop_prop(
  dados_mtcarros$transmissao,
  proportion = 0.25,
  alternative = 'greater',
  sig_level = 0.01
)
teste_transmissao
```

```
#  # A tibble: 1 x 7
#    statistic p_value critical_value critical_region alternative proportion
#        <dbl>   <dbl>          <dbl> <chr>           <chr>            <dbl>
#  1      2.04  0.0206           2.33 (2.326, Inf)    greater           0.25
#  # i 1 more variable: sig_level <dbl>
```

Ao nível de significância 1%, não temos evidência para afirmar que a proporção de carros americanos com transmissão automática é maior 25%.

Exercício
Teste z para proporção
Distribuição Bernoulli

Responde as seguintes perguntas ao nível de significância 5%:

- A maioria de cidades executou a LAB (`Mcul42` de `munic_amostra`) em 2021?
- Temos evidência para afirmar que um terço das/os candidatas/os do ENEM/2023 eram treineiros (`in_treneiro`)? (cada pessoa tem sua cidade)
- Mais de três quartos das/os candidatas/os do ENEM/2023 **tem** acesso à internet (`q_025`)?
- Mais de um quarto das candidatas/os do ENEM/2023 escolhem fazer a prova em Espanhol (`tp_lingua`)?

Teste z para proporção
Distribuição Binomial

- **Variável aleatória:** Número de semente germinado (coluna `germinado` de `estudos_sementes.xlsx`)
- **Nível de significância:** 2,5%
- A maioria das sementes germinaram?
  - $H_0 : p \leq 0,5$
  - $H_1 : p > 0,5$ (o que desejamos provar)

```
sementes <- read_xlsx("dados/brutos/estudo_sementes.xlsx")
n_tentativas <- sum(sementes$numero_sementes_plantadas)
n_sucessos <- sum(sementes$germinado)
teste_germinado <- ht_1pop_prop(
  n_sucessos, n_tentativas, proportion = 0.5,
  alternative = "greater", sig_level = 0.025
)
teste_germinado
```

```
# # A tibble: 1 x 7
#   statistic p_value critical_value critical_region alternative proportion
#       <dbl>   <dbl>          <dbl> <chr>           <chr>            <dbl>
# 1      34.8       0           1.96 (1.960, Inf)    greater            0.5
# # i 1 more variable: sig_level <dbl>
```

Ao nível de significância 2,5%, a maior parte das sementes germinaram.

Teste qui-quadrado para variância
Distribuição normal

- Hipóteses sobre a variância da população (σ);
- Variável aleatória tem distribuição normal.

No pacote `statBasics`: `ht_1pop_var`.

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste unilateral à esquerda: $H_1: \ \sigma^2 < \sigma_0^2$
  - `alternative = 'less'`
- Teste unilateral à direita: $H_1: \ \sigma^2 > \sigma_0^2$
  - `alternative = 'greater'`
- Teste bilateral: $H_1: \ \sigma^2 \neq \sigma_0^2$
  - `alternative = 'two.sided'` - valor padrão

Especificamos σ_0^2 como parâmetro `sigma`.

Teste qui-quadrado para variância Distribuição normal

Temos evidência para afirmar o desvio padrão da distância percorrida por galão nos carros americanos é menor 2 (milhas por galão), ao nível de significância 5%?

- H_0 (negação de H_1): $\sigma^2 \geq 2^2$
- H_1 (o que queremos provar): $\sigma^2 < 2^2$

```
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
ht_milhas_galao <- ht_1pop_var(
  dados_mtcarros$milhas_por_galao,
  alternative = "less",
  sigma = 2,
  sig_level = 0.05
)
ht_milhas_galao
```

```
# # A tibble: 1 x 7
#   statistic p_value critical_value critical_region alternative sigma sig_level
#       <dbl>   <dbl>          <dbl> <chr>           <chr>       <dbl>     <dbl>
# 1      282.       1           19.3 (0, 19)         less            2      0.05
```

Ao nível de significância 5%, não temos evidência para afirmar o desvio padrão da distância percorrida por galão nos carros americanos é menor 2 (milhas por galão).

Exercício
Teste qui-quadrado para variância
Distribuição normal

Responda as seguintes perguntas, ao nível de significância 1%:

- O desvio padrão de matemática no ENEM/2023 (`nu_nota_mt`) é diferente de 100?
- O desvio padrão de linguagens e código no ENEM/2023 (`nu_nota_lc`) é menor que 100?
- O desvio padrão de ciências naturais no ENEM/2023 (`nu_nota_cn`) é maior que 100?
- O desvio padrão de ciências humanas no ENEM/2023 (`nu_nota_lc`) é maior que 150?

Cada pessoa tem sua própria cidade.

Intervalo de Confiança
Teste de Hipóteses
duas populações

Experimento Comparativo

Experimento completamente aleatório

Medimos uma mesma variável em duas populações independentes.

1. População 1
2. População 2
3. As duas populações são independentes

Se decidirmos por H_1, temos uma relação de *causa-e-efeito* .

Estudo observacional

1. Acompanhamos cada elemento da amostra *antes* e *depois* de uma *intervenção*.
2. As duas populações não são independentes.
3. Teste t pareado.

Comparação de variâncias

Antes de comparar μ_1 e μ_2, precisamos verificar se $\sigma_1 = \sigma_2$

- População 1: $N(\mu_1, \sigma_1^2)$
- População 2: $N(\mu_2, \sigma_2^2)$
- Teste de Hipóteses envolvendo σ_1 e σ_2

No pacote `statBasics`: `ht_2pop_var`.

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste bilateral: $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$
  - `alternative ='two.sided'`- valor padrão
- Teste unilateral à esquerda: $H_1 : \sigma_1 < \sigma_2$
  - `alternative ='less'`(*Atenção para ordem das populações*)
- Teste unilateral à direita: $H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$
  - `alternative ='greater'` (*Atenção para ordem das populações*)

Especificamos `ratio` fornecendo $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$. Valor padrão: `ratio = 1` (neste caso, estamos testando a igualdade).

Comparação de variâncias

Ao nível de signficância 1%, existe diferença entre os desvios padrões da distância percorrida em milhas por um galão entre carros com transmissão manual e automática.

- **Variável aleatória:** Milhas por galão
- **População 1:** carros com transmissão manual (`transmissao == 1`)
- **População 2:** carros com transmissão manual (`transmissao == 0`)

```r
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
carros_manuais <- dados_mtcarros |> filter(transmissao == 1)
carros_auto <- dados_mtcarros |> filter(transmissao == 0)
comparacao_var <- ht_2pop_var(
  carros_manuais$milhas_por_galao,
  carros_auto$milhas_por_galao,
  ratio = 1,
  sig_level = 0.01
)
comparacao_var
```

```
# # A tibble: 2 x 7
#   statistic p_value critical_vale critical_region    alternative ratio sig_level
#       <dbl>   <dbl>         <dbl> <chr>              <chr>       <dbl>     <dbl>
# 1      2.59  0.0669         0.218 (0,0.218)U(3.860,~ two.sided       1      0.01
# 2      2.59  0.0669         3.86  (0,0.218)U(3.860,~ two.sided       1      0.01
```

Não temos evidência para assumir que as variâncias são diferentes ao nível de significâcia 1%, e assumimos que as variâncias são iguais.

Exercício
Comparação de variâncias

Responde as seguintes questões ao nível de significância 2,5%:

- Os desvios padrões das notas de matemáticas do ENEM/2023 (`nu_nota_mt`) entre pessoas brancas (`branca`) e pessoas negras (`parda` e `preta`) são iguais?
- Os desvios padrões das notas de português do ENEM/2023 (`nu_nota_lc`) entre pessoas brancas (`branca`) e pessoas negras (`parda` e `preta`) são iguais?

Cada pessoa tem sua própria cidade.

Teste t para duas populações Variânciais iguais

Primeiro precisamos checar se os desvios padrões são iguais para duas populações.

- **Variável aleatória:** milhas percorridas por galão (`milhas_por_galao`)
- **População 1:** carros com transmissão manual (`transmissao == 1`)
- **População 2:** carros com transmissão automática (`transmissao == 0`)

```
dados_mtcarros <- read_csv2("dados/brutos/mtcarros.csv")
carros_manuais <- dados_mtcarros |> filter(transmissao == 1)
carros_auto <- dados_mtcarros |> filter(transmissao == 0)
comparacao_var <- ht_2pop_var(
  carros_manuais$milhas_por_galao,
  carros_auto$milhas_por_galao
)
comparacao_var
```

```
#  # A tibble: 2 x 7
#    statistic p_value critical_vale critical_region    alternative ratio sig_level
#        <dbl>   <dbl>         <dbl> <chr>              <chr>       <dbl>     <dbl>
#  1      2.59  0.0669         0.322 (0,0.322)U(2.769,~ two.sided       1      0.05
#  2      2.59  0.0669         2.77  (0,0.322)U(2.769,~ two.sided       1      0.05
```

Ao nível de significância 5%, continuamos acreditando que os desvios padrões das duas populações são iguais.

Teste `t` para duas populações
Variânciais iguais

Quando sabemos que as variâncias populacionais são iguais.

- **População 1:** $N(\mu_1, \sigma)$
- **População 1:** $N(\mu_2, \sigma)$
- Teste de Hipóteses envolvendo μ_1 e μ_2

No pacote `statBasics`: `ht_2pop_mean` com argumento `var_equal = T`.

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste bilateral: $H_1 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$
    - `alternative ='two.sided'`- valor padrão
- Teste unilateral à esquerda: $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$
    - `alternative ='less'` (*Atenção para ordem das populações*)
- Teste unilateral à direita: $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$
    - `alternative ='greater'` (*Atenção para ordem das populações*)

Especificamos `delta` fornecendo $\Delta_0 = \mu_1 - \mu_2$. Valor padrão: `delta = 0` (neste caso, estamos testando a igualdade).

Teste t para duas populações Variânciais iguais

Ao nível de significância 1%, carros com transmissão automática andam mais com galão de gasolina que carros com transmissão manual?

```
comparacao_medias <- ht_2pop_mean(
  carros_auto$milhas_por_galao,
  carros_manuais$milhas_por_galao,
  alternative = "greater",
  delta = 0,
  sig_level = 0.01
)
comparacao_medias
```

```
# # A tibble: 1 x 7
#   statistic p_value critical_value critical_region delta alternative sig_level
#       <dbl>   <dbl>          <dbl> <chr>           <dbl> <chr>           <dbl>
# 1     -3.77   0.999           2.55 (2.548, Inf)        0 greater          0.01
```

Ao nível de signifiância 1%, não tem evidência para afirmar que carros automáticos são mais eficientes.

Teste t de Welch
Variâncias diferentes

Primeiro precisamos checar se os desvios padrões são iguais para duas populações.

- **Variável aleatória:** comprimento de pétala
- **População 1:** espécie `setosa` (`especies == 'setosa'`)
- **População 2:** espécie `versicolor` (`especies == 'versicolor'`)

```
dados_iris <- read_xlsx("dados/brutos/iris.xlsx")
iris_setosa <- dados_iris |> filter(especies == "setosa")
iris_versicolor <- dados_iris |> filter(especies == "versicolor"
comparacao_var <- ht_2pop_var(
  iris_setosa$comprimento_petala,
  iris_versicolor$comprimento_petala
)
comparacao_var
```

```
# # A tibble: 2 x 7
#   statistic  p_value critical_vale critical_region   alternative ratio sig_level
#       <dbl>    <dbl>         <dbl> <chr>             <chr>       <dbl>     <dbl>
# 1     0.137 1.03e-10         0.567 (0,0.567)U(1.762~ two.sided       1      0.05
# 2     0.137 1.03e-10         1.76  (0,0.567)U(1.762~ two.sided       1      0.05
```

Ao nível de significância 5%, as variâncias dos comprimentos de pétalas para as duas espécies são diferentes.

Teste t de Welch
Variâncias diferentes

Quando sabemos que as variâncias populacionais são diferentes

---

- **População 1:** $N(\mu_1, \sigma)$
- **População 1:** $N(\mu_2, \sigma)$
- Teste de Hipóteses envolvendo μ_1 e μ_2

No pacote `statBasics`: `ht_2pop_mean` com argumento `var_equal = F` (valor padrão).

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste bilateral: $H_1 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$
  - `alternative ='two.sided'`- valor padrão
- Teste unilateral à esquerda: $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$
  - `alternative ='less'` (*Atenção para ordem das populações*)
- Teste unilateral à direita: $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$
  - `alternative ='greater'` (*Atenção para ordem das populações*)

Especificamos `delta` fornecendo $\Delta_0 = \mu_1 - \mu_2$. Valor padrão: `delta = 0` (neste caso, estamos testando a igualdade).

Teste t de Welch
Variâncias diferentes

Existe diferença entre os comprimentos médios de pétalas das espécies `setosa` e `versicolor` ao nível de significância 5%?

```
comparacao_medias_iris <- ht_2pop_mean(
  iris_setosa$comprimento_petala,
  iris_versicolor$comprimento_petala,
  delta = 0,
  var_equal = T,
  alternative = "two.sided",
  sig_level = 0.05
)
comparacao_medias_iris
```

```
# # A tibble: 1 x 7
#   statistic p_value critical_value critical_region   delta alternative sig_level
#       <dbl>   <dbl>          <dbl> <chr>             <dbl> <chr>           <dbl>
# 1     -39.5       0           1.98 (-Inf,-1.984)U(1~     0 two.sided        0.05
```

Ao nível de significância 5%, os comprimentos médios de pétalas para as espécies `setosa` e `versicolor` são diferentes.

Exercício
Comparação de médias

Responda as seguintes perguntas ao nível de significância 1%:

1. Existe diferença entre a nota média de matemática (`nu_nota_mt`) entre pessoas negras e brancas?
2. A nota em português (`nu_nota_lc`) entre as pessoas brancas é maior que entre as pessoas negras?
3. A nota em ciências naturais (`nu_nota_cn`) entre as pessoas brancas é maior que entre as pessoas negras?
4. A nota em ciências humanas (`nu_nota_ch`) entre as pessoas brancas é maior que entre as pessoas negras?

Teste z para proporção

- **População 1:** Bernoulli(p_1)
- **População 1:** Bernoulli(p_2)
- Teste de Hipóteses envolvendo p_1 e p_2

No pacote `statBasics`: `ht_2pop_prop`.

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste bilateral: $H_1 : p_1 - p_2 = \Delta_0$
  - `alternative ='two.sided'`- valor padrão
- Teste unilateral à esquerda: $H_1 : p_1 - p_2 < \Delta_0$
  - `alternative ='less'` (*Atenção para ordem das populações*)
- Teste unilateral à direita: $H_1 : p_1 - p_2 > \Delta_0$
  - `alternative ='greater'` (*Atenção para ordem das populações*)

Especificamos `delta` fornecendo $\Delta_0 = p_1 - p_2$. Valor padrão: `delta = 0` (neste caso, estamos testando a igualdade).

Duas formas de realizar este Teste de Hipóteses:

- **Primeira forma:** usando dois vetores de 1 e 0
- **Segunda forma:** usando número de sucessos e tamanhos das amostras das duas populações

Teste z para proporção

No cojunto de `crédito.xlsx`, a proporção de estudantes é igual entre pessoas brancas e negras no contexto de solicitação de crédito ao nível de significância 1%?

Primeira forma.

```
df_credito <- read_xlsx("dados/brutos/credito.xlsx")
df_credito_branca <- df_credito |> filter(raca == "Branca")
df_credito_negra <- df_credito |> filter(raca == "Negra")
comparacao_prop <- ht_2pop_prop(
  df_credito_branca$estudante == "Sim",
  df_credito_negra$estudante == "Sim",
  alternative = "two.sided",
  sig_level = 0.01
)
comparacao_prop
```

```
# # A tibble: 1 x 7
#   statistic p_value critical_value critical_region   delta alternative sig_level
#       <dbl>   <dbl>          <dbl> <chr>             <dbl> <chr>           <dbl>
# 1    -0.441   0.659           2.58 (-Inf,-2.576)U(2~     0 two.sided        0.01
```

Ao nível de significância 1%, não temos evidência para afirmar que a proporção de estudantes entre pessoas brancas negras é diferente.

Teste z para proporção

A proporção de carros com transmissão manual é maior nos carros produzidos no exterior, ao nível de significância 10%?

Tabela 8: Tabela de contingência entre duas variáveis: origem e transmissão manual.

Transmissão manual	EUA	Importado	Total
Não	26	6	32
Sim	22	39	61
Total	48	45	93

Segunda forma.

```
comparacao_prop <- ht_2pop_prop(
  39, 22, 45, 48,
  alternative = "greater",
  sig_level = 0.1
)
comparacao_prop
```

```
#  # A tibble: 1 x 7
#    statistic   p_value critical_value critical_region delta alternative sig_level
#        <dbl>     <dbl>          <dbl> <chr>           <dbl> <chr>           <dbl>
#  1      4.14 0.0000172           1.28 (1.282, Inf)        0 greater           0.1
```

Ao nível de significância 10%, temos evidência para afirmar que a porcentagem de carros com transmissão manual é maior entre carros importados.

Exercício
Comparação de proporções

Responda as seguintes perguntas ao nível de significância 1%:

1. Existe diferença entre a porcentagem de treineiros (`in_treineiro`) entre homens e mulheres (`tp_sexo`)?
2. A porcentagem de treineiros (`in_treineiro`) entre pessoas brancas é maior que entre pessoas negras (`tp_cor_raca`)?
3. Existe diferença no acesso a internet (`q_05`) entre pessoas brancas e negras (`tp_cor_raca`)?
4. A porcentagem de pessoas oriundas de escolas privadas (`tp_escola`) é menor em pessoas negras em relação a pessoas brancas (`tp_cor_raca`)?

Cada pessoa tem sua cidade, e todas as variáveis estão no conjunto de dados do ENEM/2023.

Teste `t` pareado

- Uma mesma observação é mensurada **antes** e **depois** de um intervenção
- Desejamos checar se a intervenção *produziu* efeito

Vamos usar a função `t.test` com o argumento `paired = TRUE`.

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste bilateral: $H_1 : \mu_{\text{antes}} \neq \mu_{\text{depois}}$
  - `alternative ='two.sided'`- valor padrão
- Teste unilateral à esquerda: $H_1 : \mu_{\text{antes}} < \mu_{\text{depois}}$
  - `alternative ='less'`(*Atenção para ordem*)
- Teste unilateral à direita: $H_1 : \mu_{\text{antes}} > \mu_{\text{depois}}$
  - `alternative ='greater'` (*Atenção para ordem*)

Teste t pareado

Existe evidência que combinação de dieta e exercício diminuiu a pressão sanguínea ao nível de significância 5%?

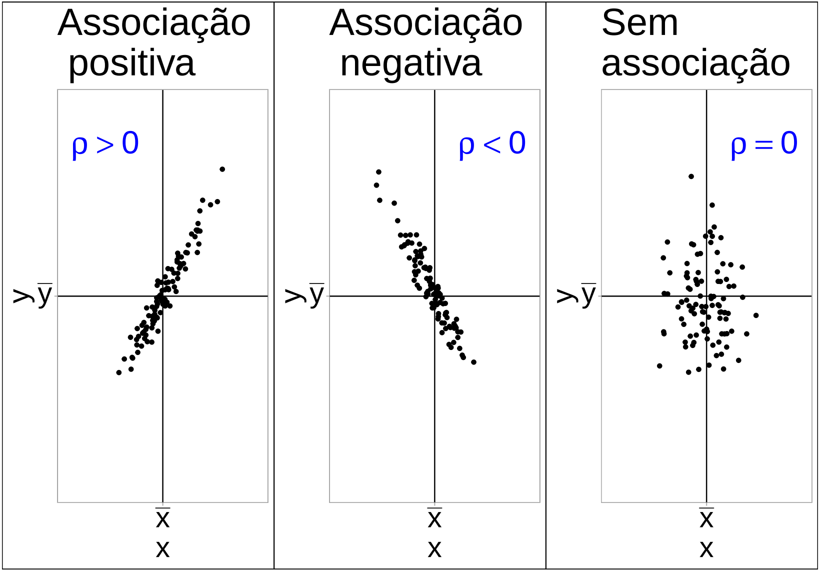
```
df_pressao_sanguinea <- read_xlsx("dados/brutos/pressao_sanguinea.xlsx")
teste_pressao <- t.test(
  df_pressao_sanguinea$antes_exercicio,
  df_pressao_sanguinea$depois_exercicio,
  alternative = "greater",
  paired = T
)
teste_pressao
```

```
#
#    Paired t-test
#
#   data:  df_pressao_sanguinea$antes_exercicio and df_pressao_sanguinea$depois_exercicio
#   t = 25.364, df = 9, p-value = 5.537e-10
#   alternative hypothesis: true mean difference is greater than 0
#   95 percent confidence interval:
#    8.627859      Inf
#   sample estimates:
#   mean difference
#               9.3
```

Ao nível de significância 5%, o exercício e a dieta produziram efeito na diminuição da pressão sanguínea.

Teste de associação para variáveis quantitativas

Gráfico de dispersão



Teste de associação para variáveis quantitativas

- **Variável 1:** variável quantitativa
- **Variável 2:** variável quantitativa
- Teste de hipóteses envolvendo o coeficiente de correlação linear de Pearson

Usamos a função `cor_test` do pacote `rstatix`.

Testes de hipóteses deste curso:

- Teste bilateral: $H_1 : \rho \neq 0$
  - `alternative = 'two.sided'` - valor padrão
- Teste unilateral à esquerda: $H_1 : \rho < 0$
  - `alternative = 'less'`
- Teste unilateral à direita: $H_1 : \rho > 0$
  - `alternative = 'greater'`

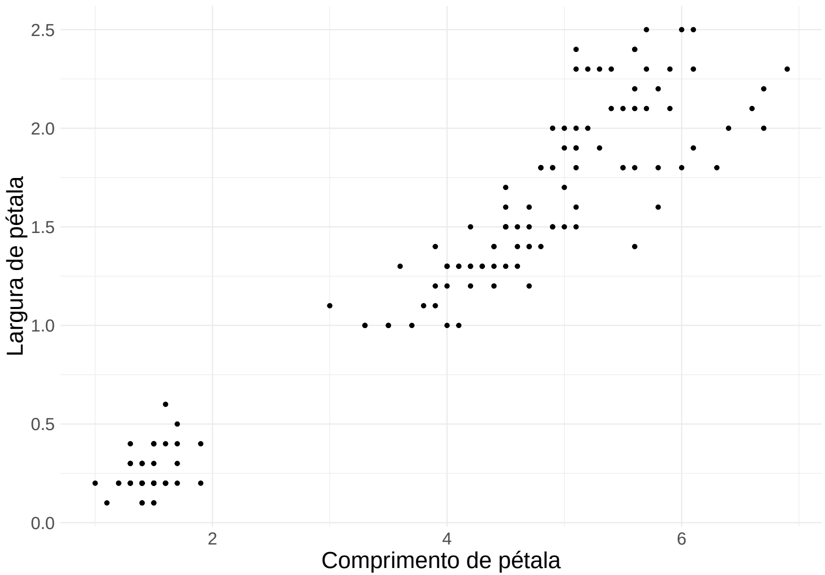
Teste de associação para variáveis quantitativas

Comprimento e largura de pétalas estão positivamente associadas, ao nível de significância 1%?

---

gráfico de dispersão

```
dados_iris <- read_xlsx("dados/brutos/iris.xlsx")
ggplot(dados_iris, aes(comprimento_petala, largura_petala)) +
  geom_point() +
  labs(x = "Comprimento de pétala", y = "Largura de pétala") +
  theme_minimal()
```


2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
2
4
6
Largura de pétala
Comprimento de pétala

coeficiente de correlação linear de Pearson:

```
coef_cor <- cor(
  dados_iris$comprimento_petala,
  dados_iris$largura_petala
)
coef_cor
```

```
#  [1] 0.9628654
```

Aparentemente, existe uma associação positiva entre o comprimento e largura de pétalas.

```r
teste_cor <- dados_iris |>
  cor_test(
    comprimento_petala,
    largura_petala,
    alternative = "greater",
    conf.level = 0.99 # coeficiente de confiança
  )
teste_cor
```

```
#  # A tibble: 1 x 8
#    var1               var2       cor statistic        p conf.low conf.high method
#    <chr>              <chr>    <dbl>     <dbl>    <dbl>    <dbl>     <dbl> <chr>
#  1 comprimento_petala largura~  0.96      43.4 2.34e-86    0.946         1 Pears~
```

Ao nível de significância 1%, o comprimento e largura de pétalas estão associadas.

Exercício
Teste de associação para variáveis quantitativas

Responda as seguintes perguntas ao nível de significância 5%:

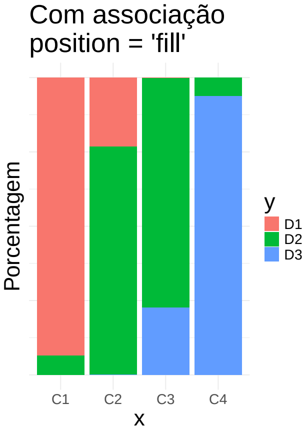
1. Existe associação entre a nota em ciências naturais (`nu_nota_cn`) e a nota em ciências humanas (`nu_nota_ch`) no ENEM/2023?
2. Existe associação positiva entre a nota em matemática (`nu_nota_mt_`) e a nota em português (`nu_nota_lc`) no ENEM/2023?
3. Existe associação positiva entre a nota em português (`nu_nota_lc`) e a nota em redação (`nu_nota_redacao`) no ENEM/2023?

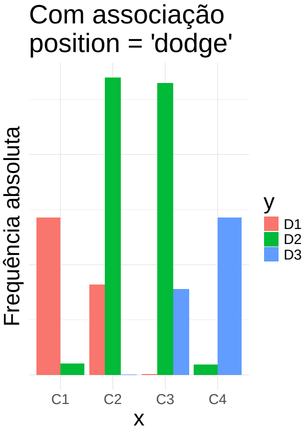
Cada pessoa tem sua cidade.

Teste de associação para variáveis qualitativas

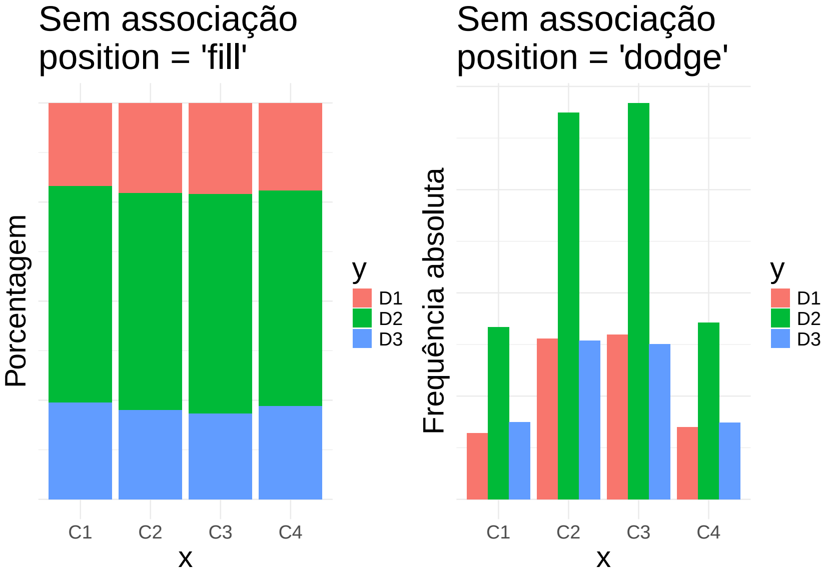
Gráfico de barras

Quando existe associação.





Quando não existe associação.



Teste de associação para variáveis qualitativas

- **Variável 1:** variável quantitativa
- **Variável 2:** variável quantitativa
- Queremos checar se *Variável 1* e *Variável 2* estão associadas

Usamos a função `chisq.test` do pacote `janitor`.

Queremos testar as seguintes hipóteses:

- H_0: **não** existe associação entre as duas variáveis
- H_1: existe associação entre as duas variáveis

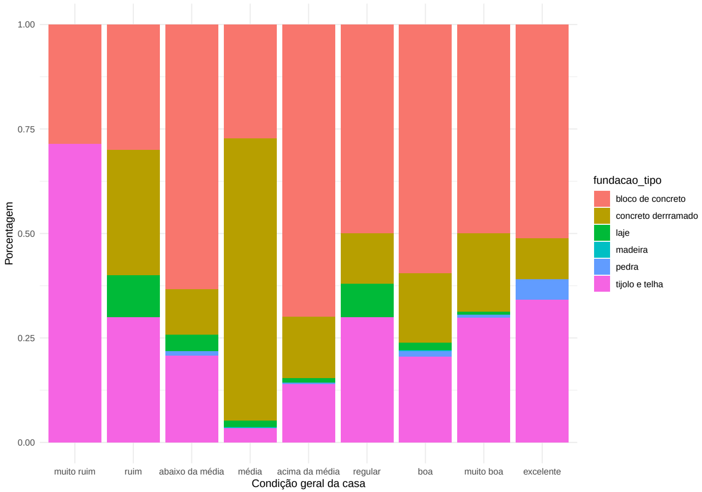
Teste de associação para variáveis qualitativas

O tipo de fundação (`fundacao_tipo`) e a condição geral da casa (`geral_condicao`) estão associadas, ao nível de significância 1%? (do conjunto de dados `casas.xlsx`)

Vamos construir gráficos de barras

```
casas <- read_xlsx("dados/brutos/casas.xlsx")
casas <- casas |>
  mutate(geral_condicao = fct(
    geral_condicao,
    levels = c(
      "muito ruim", "ruim", "abaixo da média",
      "média", "acima da média", "regular",
      "boa", "muito boa", "excelente"
    )
  )
)
```

```r
ggplot(casas, aes(x = geral_condicao, fill = fundacao_tipo)) +
  geom_bar(position = "fill") +
  labs(x = "Condição geral da casa", y = "Porcentagem") +
  theme_minimal()
```



Vamos calcular o coeficient V de Cramer.

```r
coef_cramer <- CramerV(
  casas$geral_condicao,
  casas$fundacao_tipo,
  correct = T,
  conf.level = 0.95
)
coef_cramer
```

```
#   Cramer V    lwr.ci    upr.ci
#  0.2535774 0.2371296 0.2698504
```

```r
teste_associacao <- casas |>
  tabyl(geral_condicao, fundacao_tipo) |>
  chisq.test()
teste_associacao
```

```
#
#   Pearson's Chi-squared test
#
#  data:  tabyl(casas, geral_condicao, fundacao_tipo)
#  X-squared = 980.42, df = 40, p-value < 2.2e-16
```

Ao nível de significância 1%, a condição geral da casa e o tipo de fundação estão associadas.