

R para Ciência de Dados

Análise Estatística de Dados em Estudos de Gênero e Diversidade

Profa Carolina Paraíba e Prof Gilberto Sassi

Departamento de Estatística
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal da Bahia

Janeiro de 2025

Análise Estatística de Dados em Estudos de Gênero e Diversidade

- Introdução ao R
- Estatística Descritiva
 - Conceitos Básicos
 - Classificação de Variáveis
 - Tabelas e gráficos para variável qualitativa
 - Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta
 - Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua
 - Medidas Resumo
 - Boxplot
 - Gráfico de dispersão
- Introdução à Regressão Linear Simples

Preparando o ambiente

- Você precisa de um computador para acompanhar as aulas.
- Usaremos nas aulas: RStudio Cloud.
- No seu dia-a-dia, recomendamos instalar o R com versão pelo menos 4.1: cran.r-project.org.
- **IDE** recomendada: *RStudio* e
- Neste curso, usaremos o *framework* **tidyverse**:
 - Instale o framework a partir do repositório CRAN:
`install.packages("tidyverse")`
- Outras linguagens interessantes: *python* e *julia*.
 - *python*: linguagem interpretada de propósito geral, contemporânea do R, simples e fácil de aprender.
 - *julia*: linguagem interpretada para análise de dados, lançada em 2012, promete simplicidade e velocidade.

A linguagem R: uma introdução

O precursor do R: S.

- R é uma linguagem derivada do S.
- S foi desenvolvido em `fortran` por **John Chambers** em 1976 no **Bell Labs**.
- S foi desenvolvido para ser um ambiente de análise estatística.
- Filosofia do S: permitir que usuários possam analisar dados usando Estatística com pouco conhecimento de programação.

História do R

- Em 1991, **Ross Ihaka** e **Robert Gentleman** criaram o R na **Nova Zelândia**.
- Em 1996, **Ross** e **Robert** liberam o R sob a licença “GNU General License”, o que tornou o R um software livre.
- Em 1997, **The Core Group** é criado para melhorar e controlar o código fonte do R.

Porque usar o R

- Constante melhoramento e atualização.
- Portabilidade (disponível em praticamente todos os sistemas operacionais).
- Grande comunidade de desenvolvedores que adicionam novas capacidades ao R através de pacotes.
- Produz gráficos de maneira relativamente simples.
- Interatividade.
- Grande comunidade de usuários (especialmente útil para resolução de problemas).

Onde estudar fora da aula?

Livros

- **Nível *cheguei agora aqui*:** zen do R.
- **Nível Iniciante:** R Tutorial na W3Schools.
- **Nível Iniciante:** Hands-On Programming with R.
- **Nível Intermediário:** R for Data Science.
- **Nível Avançado:** Advanced R.

Em pt-br

- Curso-R: material.curso-r.com.

O que você pode fazer quando estiver em apuros?

- consultar a documentação do R:

```
help(mean)  
?mean
```

- Peça ajuda a um programador mais experiente.
- Consulte o pt.stackoverflow.com.
- Use ferramentas de busca como o google e duckduckgo.com.

```
log("G")
```

- Na ferramenta de busca, pesquise por `Error in log("G"): non-numeric argument to mathematical function`

Operações básicas

Soma

```
1 + 1
```

```
## [1] 2
```

Subtração

```
2 - 1
```

```
## [1] 1
```

Divisão

```
3 / 2
```

```
## [1] 1.5
```

Potenciação

```
2^3
```

```
## [1] 8
```

Os dados no R

- **Tipo de dados:** `character` (character), número real (`double`), número inteiro (`integer`), número complexo (`complex`) e lógico (`logical`).
- **Estrutura de dados:** `atomic vector` (a estrutura de dados mais básica no R), `matrix`, `array`, `list` e `data.frame` (`tibble` no `tidyverse`).
- **Estrutura de dados Homogênea:** `vector`, `matrix` e `array`.
- **Estrutura de dados Heterôgenea:** `list` e `data.frame` (`tibble` no `tidyverse`).

Tipo de dados no R

Número inteiro

```
a <- 1L  
typeof(a)  
## [1] "integer"
```

Número real

```
b <- 1.2  
typeof(b)  
## [1] "double"
```

Número complexo

```
d <- 1 + 1i  
typeof(d)  
## [1] "complex"
```

Tipo de dados no R

Número lógico

```
typeof(TRUE)
```

```
## [1] "logical"
```

Caracter

```
cor <- "Vermelho"
```

```
typeof(cor)
```

```
## [1] "character"
```

Estrutura de dados homogênea

Vetor

- Agrupamento de valores de mesmo tipo em um único objeto.
- Criação de vetor: `c(...)` e `vector('<tipo de dados>', <comprimento do vetor>)`, `seq(from = a, to = b, by = c)`.

Vetor de caracteres

```
cores <- c("Vermelho", "Verde")
```

```
cores
```

```
## [1] "Vermelho" "Verde"
```

```
b <- vector("character", 3)
```

```
b
```

```
## [1] "" "" ""
```

Estrutura de dados homogênea

Vetor de números reais

```
a <- c(0.2, 1.35)
```

```
a
```

```
## [1] 0.20 1.35
```

```
b <- vector("double", 3)
```

```
b
```

```
## [1] 0 0 0
```

```
d <- seq(from = 1, to = 3.5, by = 0.5)
```

```
d
```

```
## [1] 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5
```

Estrutura de dados homogênea

Vetor de números inteiros

```
a <- c(1L, 2L)
```

```
a
```

```
## [1] 1 2
```

```
b <- vector("integer", 3)
```

```
b
```

```
## [1] 0 0 0
```

```
d <- 1:4
```

```
d
```

```
## [1] 1 2 3 4
```

Estrutura de dados homogênea

Vetor lógico

```
a <- c(TRUE, FALSE)
```

```
a
```

```
## [1] TRUE FALSE
```

```
b <- vector("logical", 3)
```

```
b
```

```
## [1] FALSE FALSE FALSE
```

Estrutura de dados homogênea

Matriz

- Agrupamento de valores de mesmo tipo em um único objeto de dimensão 2.
- Criação de matriz: `matrix(..., nrow = <integer>, ncol = <integer>)` ou `diag(<vector>)`.

Matriz de caracteres

```
a <- matrix(c("a", "b", "c", "d"), nrow = 2)
a
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,] "a"  "c"
## [2,] "b"  "d"
```

Estrutura de dados homogênea

Matriz de números reais

```
a <- matrix(seq(from = 0, to = 1.5, by = 0.5), nrow = 2)
a
##           [,1] [,2]
## [1,]    0.0  1.0
## [2,]    0.5  1.5
```

Matriz de inteiros

```
a <- matrix(1L:4L, nrow = 2)
a
##           [,1] [,2]
## [1,]         1   3
## [2,]         2   4
```

Estrutura de dados homogênea

Matriz de valores lógicos

```
a <- matrix(c(TRUE, F, F, T), nrow = 2)
```

```
a
```

```
##      [,1] [,2]  
## [1,] TRUE FALSE  
## [2,] FALSE  TRUE
```

Estrutura de dados homogênea

Operações com vetores numéricos (`double`, `integer` e `complex`).

- Operações básicas (operação, subtração, multiplicação e divisão) realizada em cada elemento do vetor.
- *Slicing*: extrair parte de um vetor (não precisa ser vetor numérico).

Slicing

```
a <- c("a", "b", "c", "d", "e", "f", "g", "h", "i")
a[1:5]
## [1] "a" "b" "c" "d" "e"
```

Estrutura de dados homogênea

Adição (vetores numéricos)

```
a <- 1:5  
b <- 6:10  
a + b
```

```
## [1] 7 9 11 13 15
```

Subtração (vetores numéricos)

```
a <- 1:5  
b <- 6:10  
b - a
```

```
## [1] 5 5 5 5 5
```

Estrutura de dados homogênea

Multiplicação (vetores numéricos)

```
a <- 1:5  
b <- 6:10  
b * a
```

```
## [1] 6 14 24 36 50
```

Divisão (vetores numéricos)

```
a <- 1:5  
b <- 6:10  
b / a
```

```
## [1] 6.000000 3.500000 2.666667 2.250000 2.000000
```

Estrutura de dados homogênea

Operações com matrizes numéricas (`double`, `integer` e `complex`).

- Operações básicas (operação, subtração, multiplicação e divisão) realizada em cada elemento das matrizes.
- Multiplicação de matrizes (vide multiplicação de matrizes), inversão de matrizes (vide inversão de matrizes), matriz transposta (vide matriz transposta), determinante (vide determinante de uma matriz) e solução de sistema de equações lineares (vide sistema de equações lineares).

Estrutura de dados heterogênea

Lista

- Agrupamento de valores de tipos diversos e estrutura de dados.
- Criação de listas: `list(...)` e `vector("list", <comprimento da lista>)`.

```
a <- list(pedido_id = 8001406,
         nome = "Fulano",
         sobrenome = "de Tal",
         cpf = "12345678900",
         itens = list(list(descricao = "Ferrari",
                          frete = 0,
                          valor = 500000),
                     list(descricao = "Dolly",
                          frete = 1.5, valor = 3.90)))
```

Estrutura de dados heterogênea

- Agrupamento de dados em tabela, onde: cada coluna é uma variável; cada linha é uma observação.
- Criação de tibble: `tibble(...)` e `tribble(...)`.

tibble (data frame)

```
library(tidyverse)

a <- tibble(variavel_1 = c(1, 2), variavel_2 = c("a", "b"))
glimpse(a)

## Rows: 2
## Columns: 2
## $ variavel_1 <dbl> 1, 2
## $ variavel_2 <chr> "a", "b"
a

## # A tibble: 2 x 2
##   variavel_1 variavel_2
##   <dbl> <chr>
## 1         1 a
## 2         2 b
```

Estrutura de dados heterogênea

Operações em um tibble

Algumas funções úteis depois de aprender a carregar os dados no R.

Função	Descrição
<code>head()</code>	Mostra as primeiras linhas de um <code>tibble</code>
<code>tail()</code>	Mostra as últimas linhas de um <code>tibble</code>
<code>glimpse()</code>	Impressão de informações básicas dos dados
<code>add_case()</code> ou <code>add_row()</code>	Adiciona uma nova observação

Estrutura de dados heterogênea

Concatenação de listas

```
a <- list("a", "b")  
b <- list(1, 2)  
d <- c(a, b)  
d
```

```
## [[1]]  
## [1] "a"  
##  
## [[2]]  
## [1] "b"  
##  
## [[3]]  
## [1] 1  
##  
## [[4]]  
## [1] 2
```

Estrutura de dados heterogênea

Slicing a lista

```
d[1:2]
## [[1]]
## [1] "a"
##
## [[2]]
## [1] "b"
```

Acessando o valor de elemento em uma lista

```
d[[2]]
## [1] "b"
```

Acessando elementos em uma lista usando \$

```
d <- list(elemento_1 = 1, elemento_2 = "docente")
d$elemento_2
## [1] "docente"
```

Estrutura de dados heterogênea

Slicing uma lista com ["nome"]

```
d <- list(elemento_1 = 1, elemento_2 = "docente",
          elemento_3 = list("olá"))
d["elemento_3"]

## $elemento_3
## $elemento_3[[1]]
## [1] "olá"
```

Obtendo os nomes dos elementos em um lista

```
d <- list(c(1, 2, 3), elemento_1 = 1,
          elemento_2 = "docente",
          elemento_3 = list("olá"))

names(d)

## [1] "" "elemento_1" "elemento_2" "elemento_3"
```

Valores especiais no R

Valores especiais	Descrição	Função para identificar
NA (Not Available)	Valor faltante.	<code>is.na()</code>
NaN (Not a Number)	Resultado do cálculo indefinido.	<code>is.nan()</code>
Inf (Infinito)	Valor que excede o valor máximo que sua máquina aguenta.	<code>is.inf()</code>
NULL (Nulo)	Valor indefinido de expressões e funções (diferente de NaN e NA)	<code>is.null()</code>

O operador pipe |>

O valor resultante da expressão do lado esquerdo vira primeiro argumento da função do lado direito.

Principal vantagem: simplifica a leitura e a documentação de funções compostas.

```
f(x, y)
```

é exatamente a mesma coisa que executar

```
x |> f(y)
```

```
log(sqrt(sum(x^2)))
```

é exatamente a mesma coisa que executar

```
x^2 |> sum() |> sqrt() |> log()
```

Parênteses 1: guia de estilo no R

- O nome de um objeto precisa ter um *significado*.
- O nome deve indicar e deixar claro o que este objeto é ou faz: qualquer pessoa precisa entender o que este objeto é ou faz.

Parênteses 1: guia de estilo no R

- Use a convenção do R:
 - Use apenas letras minúsculas, números e *underscore* (comece sempre com letras minúsculas).
 - Nomes de objetos precisam ser substantivos e precisam descrever o que este objeto é ou faz (seja conciso, direto e significativo).
 - Evite ao máximo os nomes que já são usados (*buit-in*) no R.
 - Coloque espaço depois da vírgula.
 - Não coloque espaço antes nem depois de parênteses. Exceção: coloque um espaço () antes e depois de *if*, *for* ou *while*, e coloque um espaço depois de ().
 - Coloque espaço entre operadores básicos: *+*, *-*, ***, *==* e outros. Exceção: *^*.
- Para mais detalhes, consulte: guia de estilo do *tidyverse*.

Parênteses 2: estrutura de diretórios

- Mantenha uma estrutura (organização) consistente de diretórios em seus projetos.
- Sugestão de estrutura:
 - dados: diretório para armazenar seus conjuntos de dados.
 - brutos: dados brutos.
 - processados: dados processados.
 - codigos: código fonte do seu projeto.
 - figuras: figuras criadas no seu projeto.
 - resultados: outros arquivos que não são figuras.
 - antigo: arquivos da versão anterior do projeto.
 - notas: notas de reuniões e afins.
 - relatorio (ou artigo): documento final de seu projeto.
 - 'referencias': livros, artigos e qualquer coisa que são referências em seu projeto.
- Para mais detalhes, consulte esse guia do curso-r: diretórios e `.Rproj`.

Lendo dados no R

Leitura de arquivos no formato `xlsx` ou `xls`

- **Pacote:** `readxl` do `tidyverse` (instale com o comando `install.packages('readxl')`)
- Parâmetros das funções `read_xls` (para ler arquivos `.xls`) e `read_xlsx` (para ler arquivos `.xlsx`):
 - `path`: caminho até o arquivo.
 - `sheet`: especifica a planilha do arquivo que será lida.
 - `range`: especifica uma área de uma planilha para leitura. Por exemplo: `B3:E15`.
 - `col_names`: Argumento lógico com valor padrão igual a `TRUE`. Indica se a primeira linha tem o nome das variáveis.
- Para mais detalhes, consulte a documentação oficial do `tidyverse`: documentação de `read_xl`.

Lendo dados no R

Exemplo 1.

Considere a amostra de mulheres em perimenopausa disponível no arquivo *mulheres_20242.xlsx*. As variáveis observadas para cada mulher da amostra são: idade (em anos); altura (em cm); peso (em kg); escolaridade (ensino médio, ensino fundamental, ensino superior); estado civil (solteira, casada, divorciada, viúva); gravidez (sim, se a mulher já teve pelo menos uma gravidez e não, caso contrário); endometriose (sim, se a mulher já foi diagnosticada com endometriose e não, caso contrário).

-

Lendo dados no R

Leitura de arquivos no formato `xlsx` ou `xls`

```
library(readxl)
library(tidyverse)

dados <- read_xlsx(
  path = "dados/brutos/mulheres_20242.xlsx",
  sheet = "mulheres_20242")
```

Salvando dados no R

Salvar no formato `.xlsx`

- **Pacote:** `writexl` do `tidyverse` (instale com o comando `install.packages('writexl')`)
- Parâmetros da função `write_xlsx` (para ler arquivos `.xlsx`):
 - `path`: caminho até o arquivo.
 - `col_names`: Argumento lógico com valor padrão igual a `TRUE`. Indica se a primeira linha tem o nome das variáveis.
 - `format_headers`: Argumento lógico com valor padrão igual a `TRUE`. Indica que os nomes das colunas no arquivo `.xlsx` estarão centralizados e em negrito.
- Para mais detalhes, consulte a documentação oficial do `writexl`: documentação de `writexl`.

Salvando dados no R

Salvar no formato .xlsx

```
library(writexl)

dados_selecionado <- dados |>
  select(idade, escolaridde)

write_xlsx(dados_selecionado,
           path = "dados/processados/dados_selecionado.xlsx")
```

Conceitos Básicos

- **População:** todos os elementos ou indivíduos alvo do estudo.
- **Amostra:** parte da população.
- **Parâmetro:** característica numérica da população. Usamos letras gregas para denotar parâmetros populacionais.
- **Estatística:** característica numérica da amostra. Em geral, usamos uma estatística para estimar o parâmetro populacional.
- **Variável:** *característica mensurável comum a todos os elementos da população.* Usamos letras maiúsculas do alfabeto latino para representar uma variável e letras minúsculas do alfabeto latino para representar o valor observado da variável em um elemento da amostra.

Conceitos Básicos

Exemplo:

- **População:** Todos os residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais.
- **Amostra:** 5 residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais *selecionados segundo um plano de amostragem probabilística*.
- **Variável:** salário em R\$ (denotado pela letra X).
- **Parâmetro:** *salário médio* da população de residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais (denotado pela letra grega μ).
- **Estatística:** *salário médio* da amostra de 20 residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais.

Conceitos Básicos

Exemplo (continuação):

Suponha que foi selecionada uma amostra de $n = 5$ residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais para os quais foi observada a variável salário em R\$.

Tabela 3: Salário em R\$ de uma amostra de 5 residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais.

Elemento da amostra	Salário
1	843.95
2	876.98
3	1055.87
4	907.05
5	912.93

Conceitos Básicos

Exemplo (continuação):

Para este exemplo, temos que:

- Variável: X : salário em R\$.
- Valores observados de X : x_i : valor observado da variável no i -ésimo elemento da amostra, $i = 1, 2, 3, 4, 5$: 843.95; 876.98; 1055.87; 907.05; 912.93
- Parâmetro: μ : salário médio dos residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais.
- Estatística: média amostral: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n}$.

Conceitos Básicos

Exemplo (continuação):

Média amostral:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n} \\ &= \frac{843.95 + 876.98 + 1055.87 + 907.05 + 912.93}{5} \\ &= 919.356.\end{aligned}$$

Classificação de Variáveis

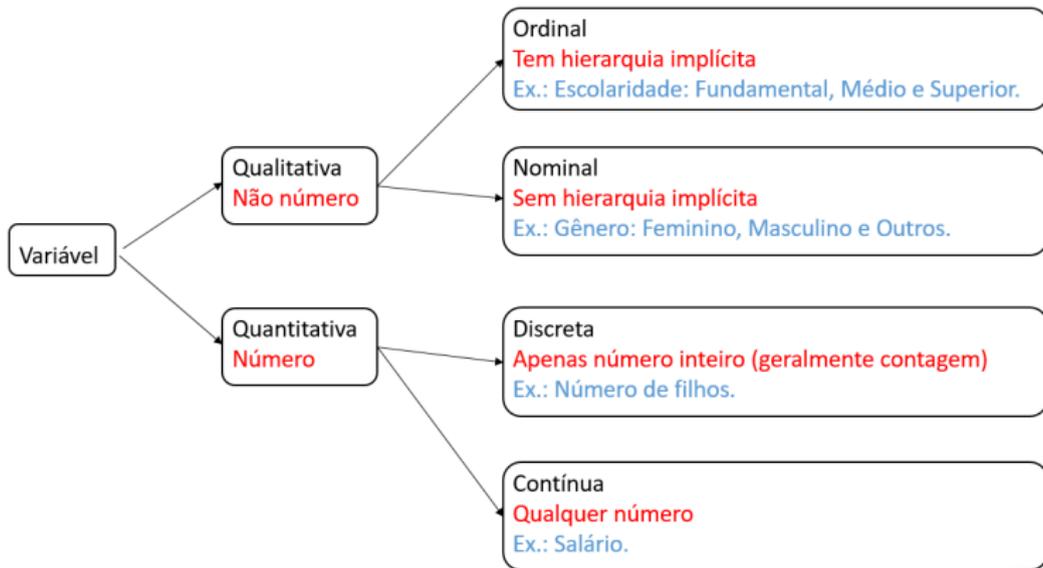


Figura 1: Classificação de variáveis.

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

A primeira coisa que fazemos é contar!

X	frequência	frequência relativa	porcentagem
B_1	n_1	f_1	$100 \cdot f_1\%$
B_2	n_2	f_2	$100 \cdot f_2\%$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
B_k	n_k	f_k	$100 \cdot f_k\%$
Total	n	1	100%

Em que n é o tamanho da amostra.

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

- **Pacote:** `tabyl` do `janitor` (instale com o comando `install.packages('janitor')`).
- Parâmetros da função `tabyl`:
 - `dat`: *data frame* ou vetor com os valores da variável que desejamos tabular.
 - `var1`: nome da primeira variável.
 - `var2`: nome da segunda variável (opcional).
- Para mais detalhes, consulte a documentação oficial do *janitor*: documentação de `tabyl`.

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

Tabela de frequência:

```
tab <- tabyl(dados, escolaridade) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename(
    "Escolaridade" = escolaridade,
    "Frequência" = n,
    "Porcentagem" = percent)
```

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

Tabela de frequência:

```
tab
```

##	Escolaridade	Frequência	Porcentagem
##	fundamental	13	21.67%
##	medio	8	13.33%
##	superior	39	65.00%
##	Total	60	100.00%

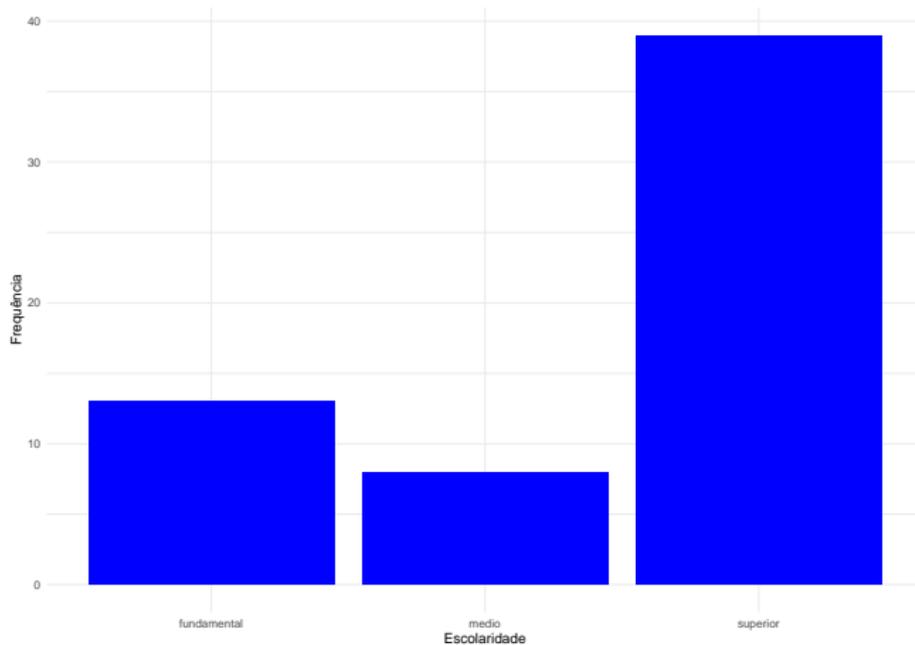
Tabelas e gráficos para variável qualitativa

Gráfico de barras:

```
ggplot(dados) +  
  geom_bar(mapping = aes(escolaridade), fill = "blue") +  
  labs(x = "Escolaridade", y = "Frequência") +  
  theme_minimal()
```

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

Gráfico de barras:



Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

A primeira coisa que fazemos é contar!

X	frequência	frequência relativa	porcentagem
x_1	n_1	f_1	$100 \cdot f_1\%$
x_2	n_2	f_2	$100 \cdot f_2\%$
x_3	n_3	f_3	$100 \cdot f_3\%$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x_k	n_k	f_k	$100 \cdot f_k\%$
Total	n	1	100%

Em que n é o tamanho da amostra e $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ são os números que são os valores únicos de X na amostra.

Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

Tabela de frequência:

```
tab <- tabyl(dados, filhos) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename(
    "Nro de filhos" = filhos,
    "Frequência" = n,
    "Porcentagem" = percent)
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

Tabela de frequência:

tab

##	Nro de filhos	Frequência	Porcentagem
##	0	16	26.67%
##	1	7	11.67%
##	2	10	16.67%
##	3	6	10.00%
##	4	12	20.00%
##	5	9	15.00%
##	Total	60	100.00%

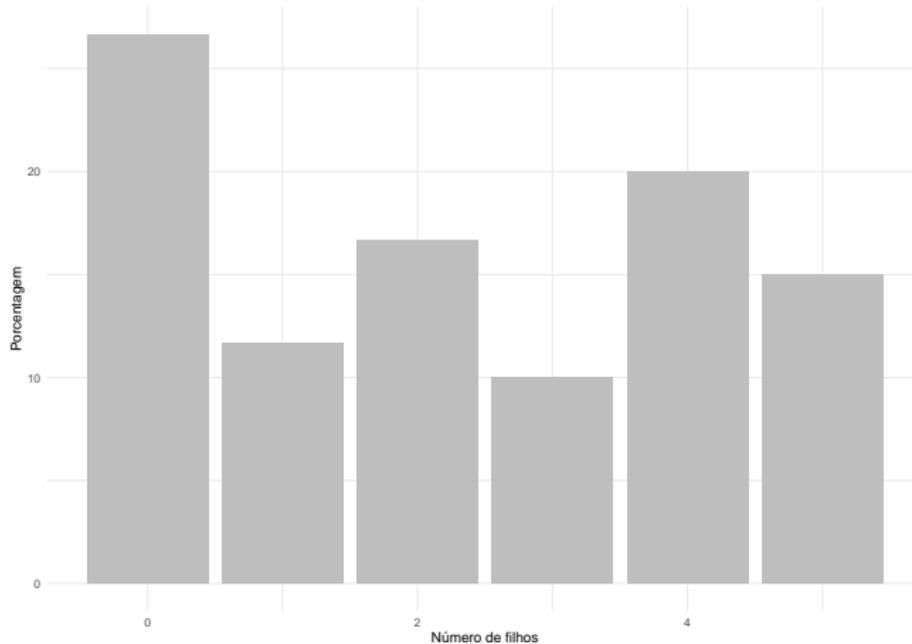
Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

Gráfico de barras:

```
ggplot(dados) +  
  geom_bar(aes(filhos, after_stat(100 * prop)),  
    fill = "grey") +  
  labs(x = "Número de filhos",  
    y = "Porcentagem") +  
  theme_minimal()
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

Gráfico de barras:



Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

- X: variável quantitativa contínua

Tabela 6: Tabela de frequências para a variável quantitativa contínua.

X	Frequência	Frequência relativa	Porcentagem
$[l_0, l_1)$	n_1	$f_1 = \frac{n_1}{n_1 + \dots + n_k}$	$p_1 = f_1 \cdot 100$
$[l_1, l_2)$	n_2	$f_2 = \frac{n_2}{n_1 + \dots + n_k}$	$p_2 = f_2 \cdot 100$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$[l_{k-1}, l_k]$	n_k	$f_k = \frac{n_k}{n_1 + \dots + n_k}$	$p_k = f_k \cdot 100$

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Em que:

- $\min = l_0 \leq l_1 \leq \dots \leq l_{k-1} \leq l_k = \max$ (min é o menor valor do suporte da variável X e max é o maior valor do suporte da variável X);
- n_i é número de valores de X entre l_{i-1} e l_i
- l_0, l_1, \dots, l_k quebram o suporte da variável X (*breakpoints*);
- l_0, l_1, \dots, l_k são escolhidos de acordo com a teoria por trás da análise de dados (ou pelo regulador).

Recomendação: use l_0, l_1, \dots, l_k igualmente espaçados, e use a regra de Sturges para determinar o valor de k : $k = 1 + \log_2(n)$ onde n é tamanho da amostra. Se $1 + \log_2(n)$ não é um número inteiro, usamos $k = \lceil 1 + \log_2(n) \rceil$.

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Tabela de frequência:

```
k <- ceiling(1 + log(nrow(dados)))

dados <- mutate(
  dados,
  idade_int = cut(
    idade, breaks = k,
    include.lowest = TRUE,
    right = FALSE))
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Tabela de frequência:

```
tab <- tabyl(dados, idade_int) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename(
    "Idade" = idade_int,
    "Frequência absoluta" = n,
    "Porcentagem" = percent)
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Tabela de frequência:

```
tab
```

##	Idade	Frequência absoluta	Porcentagem
##	[39,40.5)	3	5.00%
##	[40.5,42)	2	3.33%
##	[42,43.5)	17	28.33%
##	[43.5,45)	15	25.00%
##	[45,46.5)	15	25.00%
##	[46.5,48]	8	13.33%
##	Total	60	100.00%

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Tabela de frequência:

```
limites <- c(39, 41, 43, 45, 47, 49)

dados <- dados |>
  mutate(idade_int = cut(dados$idade,
                        breaks = limites,
                        include.lowest = T,
                        right = F))

tab <- dados |>
  tabyl(idade_int) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename("Idade" = idade_int,
        "Frequência absoluta" = n,
        "Porcentagem" = percent)
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

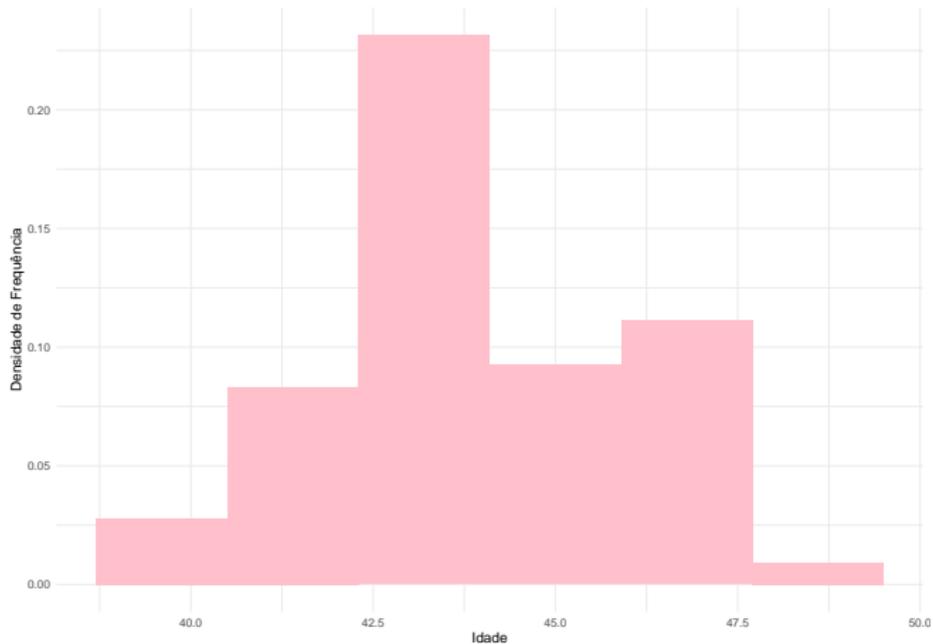
Histograma:

```
k <- ceiling(1 + log(nrow(dados)))

ggplot(dados) +
  geom_histogram(
    aes(x = idade, y = after_stat(density)),
    bins = k,
    fill = "pink") +
  theme_minimal() +
  labs(x = "Idade",
       y = "Densidade de Frequência")
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Histograma:



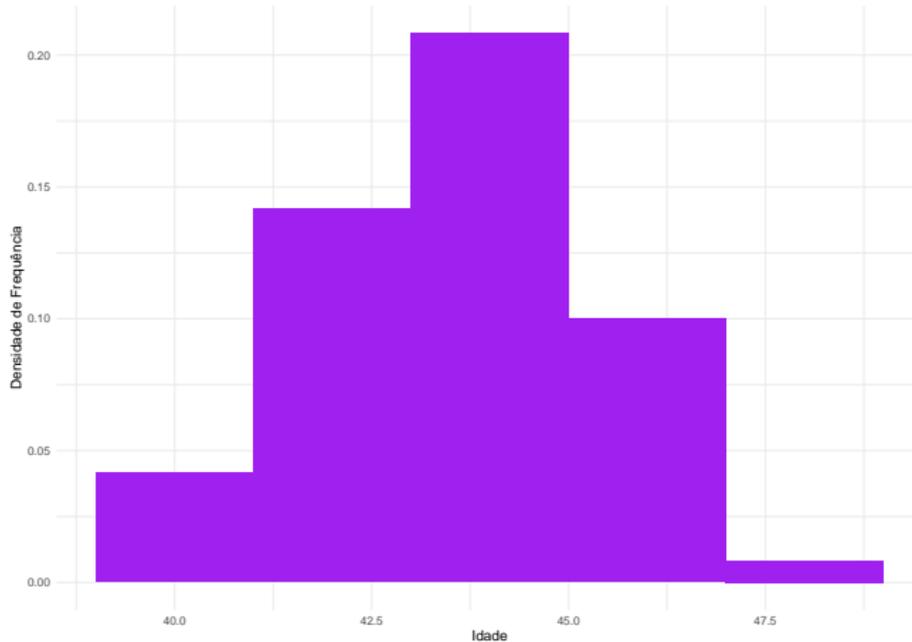
Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Histograma:

```
ggplot(dados) +  
  geom_histogram(  
    aes(x = idade, y = after_stat(density)),  
    breaks = limites,  
    fill = "purple") +  
  theme_minimal() +  
  labs(x = "Idade", y = "Densidade de Frequência")
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Histograma:



Medidas Resumo

As medidas resumo são obtidas apenas para variáveis quantitativas discretas ou contínuas.

A ideia é encontrar um ou alguns valores que sintetizem todos os valores.

Medidas de posição (tendência central)

A ideia é encontrar um valor que representa *bem* todos os valores.

- **Média:** $\bar{x} = \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$.
- **Mediana:** valor que divide a sequência ordenada de valores em duas partes iguais.

Medidas Resumo

Medidas de dispersão

A ideia é medir a homogeneidade dos valores.

- **Variância:** $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n - 1}$.
- **Desvio padrão:** $s = \sqrt{s^2}$ (mesma unidade dos dados).
- **Coefficiente de variação** $cv = \frac{s}{\bar{X}} \cdot 100\%$ (adimensional, ou seja, “sem unidade”).

Medidas Resumo

Podemos usar a função `summarise` do pacote `dplyr` (incluso no pacote `tidyverse`).

```
sum_idade <- dados |>
  summarise(
    media = mean(idade),
    mediana = median(idade),
    dp = sd(idade),
    cv = dp / media)

sum_idade

## # A tibble: 1 x 4
##   media mediana    dp    cv
##   <dbl>   <dbl> <dbl> <dbl>
## 1  44.0     44  1.94 0.0440
```

Medidas Resumo

Podemos usar a função `group_by` para calcular medidas resumo por categorias de uma variável qualitativa.

```
dados |> group_by(escolaridade) |>
  summarise(
    media = mean(idade),
    mediana = median(idade),
    dp = sd(idade),
    cv = dp / media)
```

```
## # A tibble: 3 x 5
##   escolaridade media mediana    dp    cv
##   <chr>          <dbl>   <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 fundamental   44.2    44    2.20 0.0498
## 2 medio         43.6    43.5  1.69 0.0386
## 3 superior     44.1    44    1.93 0.0439
```

Medidas Resumo

- **Quantil:** denotado por $q(p)$, é um valor que satisfaz:
 - $p \times 100\%$ das observações é no máximo $q(p)$;
 - $(1 - p) \times 100\%$ das observações é no mínimo $q(p)$.
- **Quartis:** dividem o conjunto de dados em quatro partes.
 - Primeiro quartil: $q_1 = q(1/4)$.
 - Segundo quartil: $q_2 = q(1/2)$.
 - Terceiro quartil: $q_3 = q(3/4)$.

Medidas Resumo

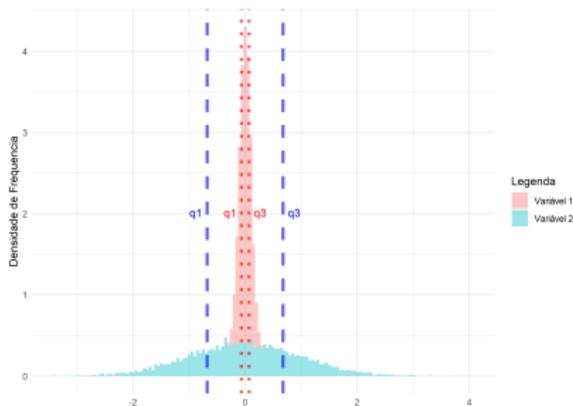
```
dados |> group_by(escolaridade) |>
  summarise(
    q1 = quantile(idade, 0.25),
    q2 = quantile(idade, 0.5),
    q3 = quantile(idade, 0.75),
    frequencia = n())
```

```
## # A tibble: 3 x 5
##   escolaridade      q1      q2      q3 frequencia
##   <chr>          <dbl> <dbl> <dbl>      <int>
## 1 fundamental    43     44     46         13
## 2 medio          42.8   43.5   45          8
## 3 superior       43     44     45         39
```

Boxplot

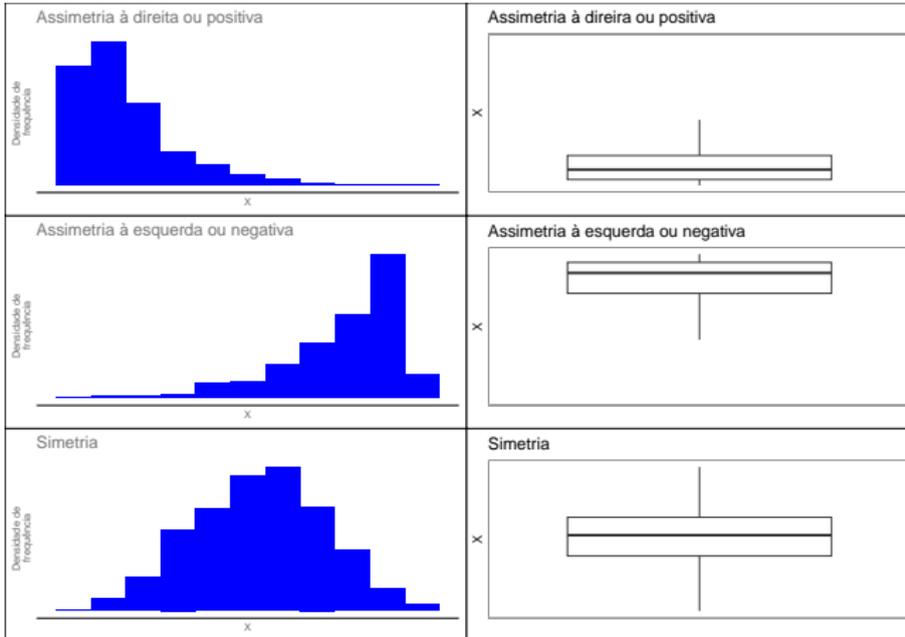
medida de dispersão: uma distância pequena entre q_1 e q_3 indica homogeneidade dos dados.

Diferença de quartis: $dq = q_3 - q_1$.

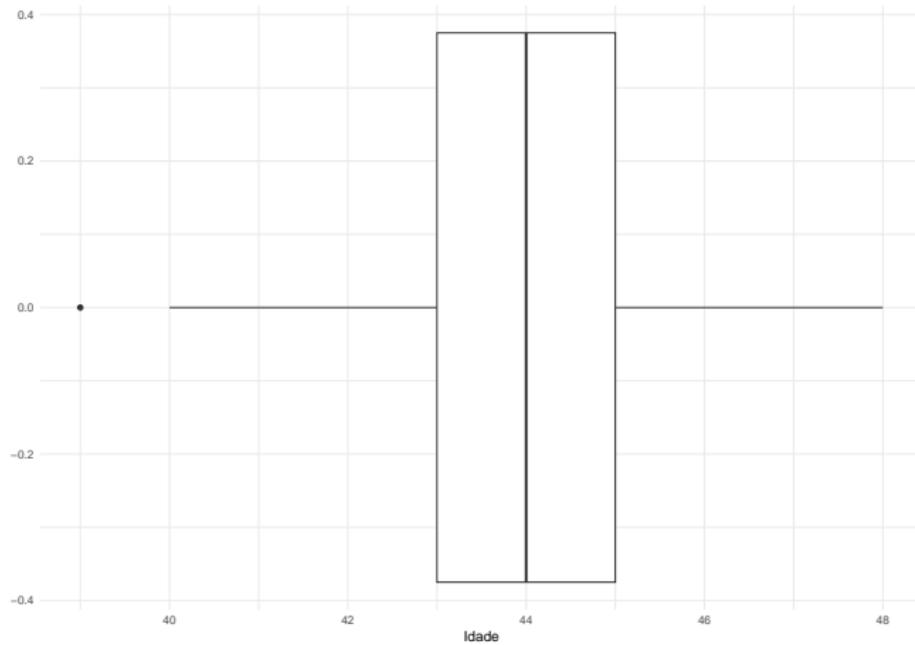


Boxplot

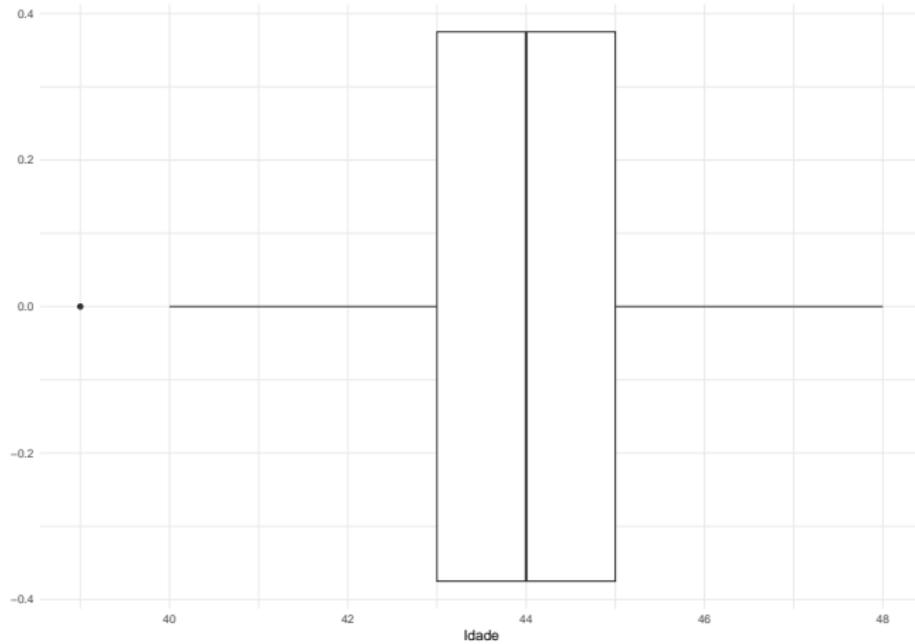
Assimetria:



Boxplot



Boxplot



Boxplot

```
ggplot(dados) +  
  geom_boxplot(aes(x = escolaridade, y = idade,  
                  fill = escolaridade)) +  
  labs(x = "Escolaridade", y = "Idade") +  
  theme_minimal()
```

Boxplot

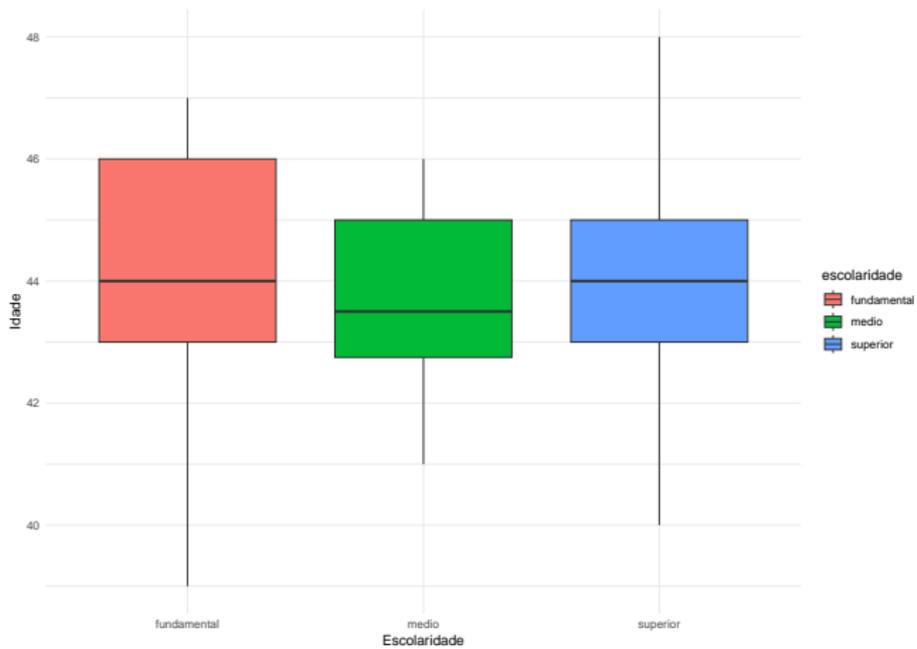


Gráfico de dispersão

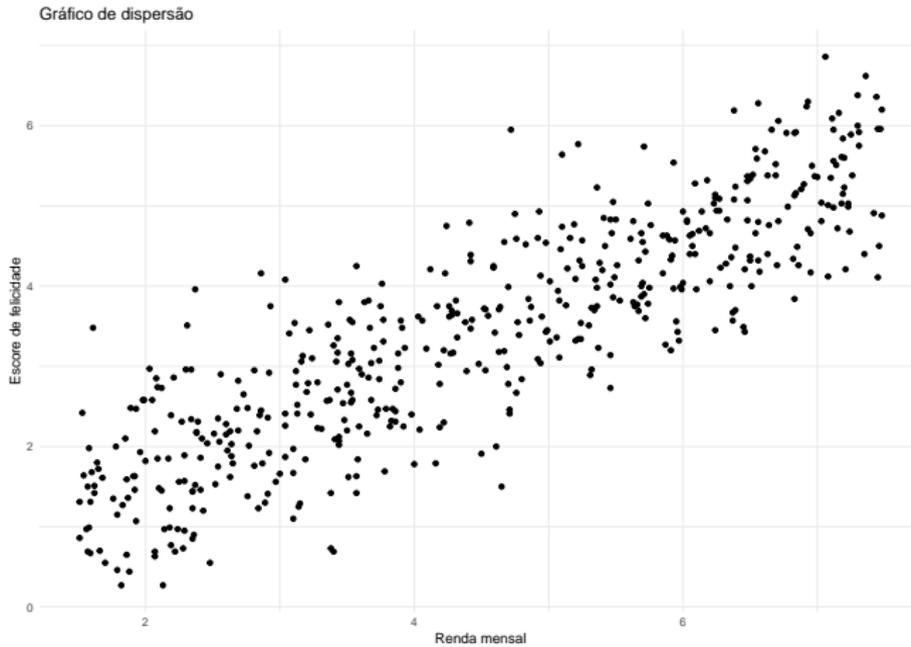
Um *gráfico de dispersão* é uma representação gráfica de duas variáveis quantitativas onde a variável explicativa está no eixo x e a variável resposta está no eixo y e cada par de valores (x, y) é representado por um ponto. Ao analisar um gráfico de dispersão, buscamos responder as seguintes questões:

- Qual é a direção da relação?
- A relação é linear ou não linear?
- A relação é fraca, moderada ou forte?
- Existem valores atípicos ou extremos?

Gráfico de dispersão

```
dados <- read_xlsx(  
  path = "dados/brutos/dispersao.xlsx",  
  sheet = "felicidade")  
  
ggplot(dados) +  
  geom_point(aes(x = salario, y = escore)) +  
  labs(x = "Renda mensal",  
       y = "Escore de felicidade",  
       title = "Gráfico de dispersão") +  
  theme_minimal()
```

Gráfico de dispersão



Coeficiente de correlação linear de Pearson

O *coeficiente de correlação linear de Pearson* é uma medida numérica da força de associação linear entre duas variáveis quantitativas.

Sejam x_1, x_2, \dots, x_n n valores observados da variável aleatória quantitativa X e sejam y_1, y_2, \dots, y_n n valores observados da variável aleatória quantitativa Y . A correlação amostral, r , entre X e Y é definida por

$$r = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}.$$

Coeficiente de correlação linear de Pearson

- O coeficiente de correlação linear é adimensional e é tal que $-1 \leq r \leq 1$.
- Se $r > 0$, temos que as duas variáveis possuem uma relação linear positiva.
- Se $r < 0$, temos que as duas variáveis possuem uma relação linear negativa.
- Quando $r = 0$, temos uma ausência de relação linear entre as duas variáveis.

```
cor(dados$salario, dados$escore)
```

```
## [1] 0.8657234
```

Introdução à Regressão Linear Simples

Problema de Análise de Regressão: estabelecer e determinar uma função que descreva a relação entre uma variável, chamada de variável resposta e denotada por Y , e um conjunto de variáveis observáveis, chamadas de variáveis preditoras, explicativas ou covariáveis e denotadas por X_1, X_2, \dots, X_p .

Uma vez estabelecida e determinada a relação funcional entre a variável resposta e as covariáveis, a Análise de Regressão pode explorar esta relação para obter informações sobre Y a partir do conhecimento de X_1, X_2, \dots, X_p . Os modelos de regressão podem, então, serem usados para predição, estimação, testes de hipótese e para modelar relações casuais.

Introdução à Regressão Linear Simples

Modelo de Regressão Linear Simples:

Seja:

- Y a variável resposta;
- y_1, y_2, \dots, y_n , n valores observados da variável resposta Y ;
- X a variável preditora;
- x_1, x_2, \dots, x_n , n valores observados da variável preditora.

As observações (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ são pares de valores observados de (X, Y)

Introdução à Regressão Linear Simples

É muito pouco provável que as coordenadas $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ forneçam exatamente uma linha reta: haverá algum erro que deve ser considerado na construção do modelo. Assim, o modelo de regressão linear simples é descrito por

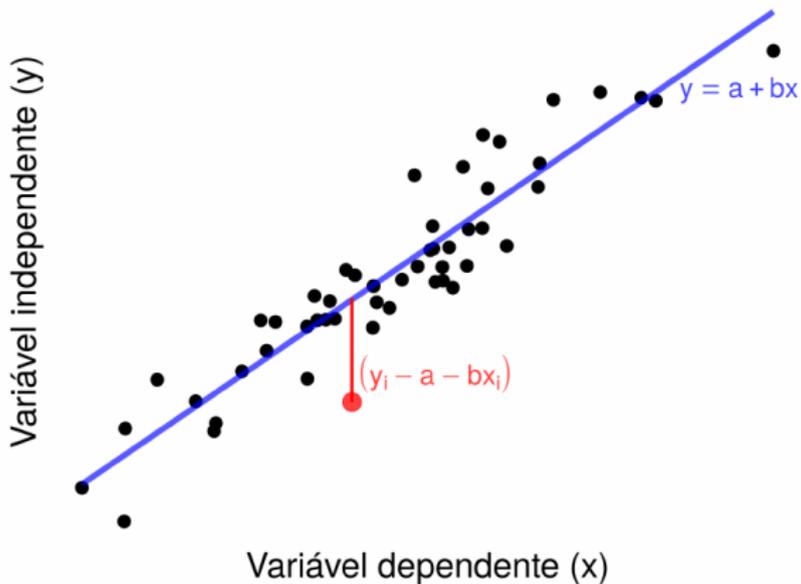
$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \quad (1)$$

onde β_0 é o intercepto, β_1 é o parâmetro de inclinação e ϵ_i é o erro aleatório do valor de y_i com relação à reta $\beta_0 + \beta_1 x_i$, para $i = 1, 2, \dots, n$.

β_0 e β_1 são parâmetros (populacionais) desconhecidos que devem ser estimados utilizando os métodos de estimação de Inferência Estatística.

Modelo de Regressão Linear Simples

Ilustração dos erros em regressão linear simples:



Introdução à Regressão Linear Simples

Suposições do modelo de regressão linear simples:

No modelo de regressão linear simples usual, os ϵ_i 's são variáveis aleatórias sujeitas às seguintes condições:

- O valor esperado de cada erro é zero: $E(\epsilon_i) = 0, i = 1, \dots, n.$
- Os erros têm a mesma variância: $Var(\epsilon_i) = \sigma^2, i = 1, \dots, n.$
- Os erros são não correlacionados:
 $Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n.$

Introdução à Regressão Linear Simples

De uma maneira mais simples, podemos enunciar as suposições do modelo de regressão linear simples como segue:

- Linearidade: a variável resposta Y tem uma relação (aproximadamente) linear com a variável preditora X .
- Homoscedasticidade: para cada valor de X , a distribuição dos erros tem a mesma variância. Isso significa dizer que o nível de erro no modelo é aproximadamente o mesmo independente do valor da variável preditora.
- Independência dos erros: os erros não devem ser correlacionados. Idealmente, não deve ocorrer nenhum padrão entre resíduos consecutivos.

Por último, fazemos uma suposição extra:

- Normalidade: os erros do modelo são normalmente distribuídos.

Introdução à Regressão Linear Simples

Estimação:

Os parâmetros β_0 e β_1 são desconhecidos e devem ser estimados utilizando os dados amostrais observados.

O método de mínimos quadrados (MMQ) é mais utilizado do que qualquer outro procedimento de estimação em modelos de regressão e fornece os estimadores de β_0 e β_1 tal que a soma de quadrados das diferenças entre as observações y_i 's e a linha reta ajustada seja mínima.

Assim, de todos os possíveis valores de β_0 e β_1 , os estimadores de mínimos quadrados (EMQ) serão aqueles que minimizam a soma de quadrados dos erros, que é dada por

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2. \quad (2)$$

Introdução à Regressão Linear Simples

Usando o MMQ, as estimativas de β_0 e β_1 são, respectivamente

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad (3)$$

e

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i - n \bar{y} \bar{x}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad (4)$$

onde $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ e $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ são as médias amostrais dos y_i 's e x_i 's, respectivamente.

Introdução à Regressão Linear Simples

Reta ajustada (modelo ajustado):

Uma vez as estimativas de β_0 e β_1 tenham sido obtidas, teremos a reta de regressão linear ajustada.

O modelo de regressão linear simples ajustado é

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (5)$$

que é a estimativa pontual da média de Y_i para um particular x_i .

Introdução à Regressão Linear Simples

Interpretação dos parâmetros:

A inclinação de uma reta é a mudança na variável y sobre a mudança na variável x . Se a mudança na variável x é um, então a inclinação é interpretada como a mudança em y para um incremento de uma unidade em x . Essa mesma interpretação pode ser aplicada ao parâmetro de inclinação da reta de regressão linear simples ajustada. Assim, temos que:

- $\hat{\beta}_1$ representa o aumento estimado em Y para cada aumento de uma unidade em X . Se o valor de $\hat{\beta}_1$ é negativo, então temos um incremento negativo.
- $\hat{\beta}_0$ é o intercepto da linha de regressão com o eixo- y . Então, quando $X = 0$ é um valor que faz sentido para os dados estudados, $\hat{\beta}_0$ é a estimativa do valor de Y quando $X = 0$.